Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.1.1 Zvýšiť inkluzívnosť a rovnaký prístup ku kvalitnému vzdelávaniu a zlepšiť výsledky a kompetencie detí a žiakov
3. Prijímateľ	Gymnázium sv. Moniky Prešov
4. Názov projektu	Zvýšenie kvality vzdelávania v Gymnáziu sv. Moniky v Prešove zlepšením čitateľskej, matematickej, finančnej a prírodovednej gramotnosti.
5. Kód projektu ITMS2014+	312011W807
6. Názov pedagogického klubu	Pedagogický klub pre matematickú gramotnosť
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Andrea Petrovská
8. Školský polrok	február 2022 – jún 2022
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	https://www.gymonika.sk/projekty/gramotnost

10.

Úvod:

Stručná anotácia

V tejto správe sme sa snažili priblížiť prácu pedagogického klubu v príslušnom polroku, ponúknuť niektoré závery a konkrétne ukážky práce. Klub pracoval počas celého polroka podľa stanoveného plánu a bol prínosom pre jej členov, no veríme, že bude aj pre žiakov a samozrejme aj pre skvalitňovanie samotného vyučovacieho procesu.

Kľúčové slová

plán práce, analýza, inovatívne materiály, externá a interná časť maturitnej skúšky, matematická gramotnosť, súčasný stav, skúsenosť, stratégia, matematizácia, interné materiály, stereometria, štatistika, postupnosti, pravdepodobnosť, finančná matematika, interaktívne cvičenia, grafy, slovné úlohy, rezy telies, metrické úlohy v stereometrii, objemy a povrchy telies, konečná a nekonečná postupnosť, aritmetická postupnosť, geometrická postupnosť, vlastnosti postupnosti – monotónnosť, ohraničenosť, finančná matematika, úrok, inovované učebné materiály, matematická gramotnosť, lineárna závislosť a exponenciálna závislosť, kvocient, diferencia, úrokovanie, medzipredmetové vzťahy, kritické myslenie, obsahový a výkonový štandard, ISCED 3, kompetencie, úroveň kompetencií, online vzdelávanie, metódy, formy

Zámer a priblíženie témy písomného výstupu

Cieľom matematiky na gymnáziách je, aby žiak získal schopnosť používať matematiku v svojom budúcom živote. Matematika má rozvíjať žiakovo logické a kritické myslenie, schopnosť argumentovať a komunikovať a spolupracovať v skupine pri riešení problému. Žiaci sa učia čítať s porozumením súvislé texty obsahujúce čísla, závislosti a vzťahy a nesúvislé texty obsahujúce tabuľky, grafy a diagramy. Žiak by mal spoznať matematiku ako súčasť ľudskej kultúry a dôležitý nástroj pre spoločnosť. Počas stretnutí pedagogického klubu matematickej gramotnosti sme si predovšetkým vymieňali skúsenosti, vytvárali a inovovali interné materiály, hodnotili ich použitie vo vyučovacom procese.

Jadro:

Cieľom stretnutí pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť v tomto polroku boli výmena skúseností z vlastných vyučovacích hodín zameraných na 4.ročník a 5. ročník, pričom sme sa zamerali na hlavný cieľ matematiky ako predmetu na gymnáziách. Matematika na gymnáziách má viesť študentov k získaniu a rozvíjaniu zručností súvisiacich s procesom učenia sa, k aktivite na vyučovaní a k racionálnemu a samostatnému učeniu sa. Má rozvíjať študentove funkčné a kognitívne kompetencie, metakognitívne kompetencie a vhodnou voľbou organizačných foriem a metód výučby aj ďalšie kompetencie potrebné v ďalšom živote, schopnosti kooperácie a komunikácie. Podľa predloženého plánu sme v druhom polroku tohto školského roka diskutovali a vymieňali si skúsenosti z vyučovania matematiky v maturitnom ročníku. Podľa NÚCEM (Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania) je maturitná skúška objektívnym meradlom vedomostí, zručností a všeobecných kompetencií absolventa strednej školy. Maturitné vysvedčenie - doklad o ukončení štúdia na strednej škole - má mimoriadny význam pre študentov, vypovedá o ich schopnosti pokračovať v štúdiu a uplatniť sa v budúcom povolaní. Maturitné skúšky prebiehajú na škole v zmysle platnej legislatívy MŠVVaŠ SR Zákona č. 245/2008 Z. z. o výchove a vzdelávaní (školský zákon) a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov. Tohtoroční maturanti sa učili dištančne striedavo 1,5 roka svojho stredoškolského štúdia. Avšak tento školský rok pracovali v škole a počas povinnej karantény sa učili dištančne. To nám umožnilo porovnať prípravu tohtoročných maturantov, ich vedomosti a schopnosť pracovať, s prácou a vedomosťami maturantov z predchádzajúcich rokov. Keďže od konca septembra 2020 až do mája 2021, teda takmer celý školský rok 2020/2021, sa vyučovalo dištančne, tohtoroční maturanti sa v treťom ročníku učili touto formou celú stereometriu, čo je pri priestorovej predstavivosti značný problém. V podstate mali dištančne všetky ostatné témy tretieho ročníka, ktoré sú súčasťou učebných osnov a plánov školy – stereometria polohové a metrické úlohy, objemy a povrchy telies, pravdepodobnosť a štatistika, postupnosti, finančná matematika, analytická geometria a zobrazenia. Snažili sme sa preto zohľadniť tieto skutočnosti pri úprave maturitných otázok aj samotnej príprave maturantov. Od začiatku školského roka sme maturantov pripravovali formou, ktorá imitovala tri úrovne maturitnej otázky internej časti maturitnej skúšky, teda, že každú tému z matematiky sme najskôr zopakovali, resp. znova prešli podstatné časti teórie, definície, vlastnosti, rozdelenia, atď., potom sme prešli niekoľko dôkazových úloh, keďže každá maturitná téma má tri časti – teoretickú, dôkazovú a výpočtovú, potom sme riešili typové úlohy z danej matematickej oblasti a nakoniec sme prechádzali testové úlohy, keďže žiaci sa potrebovali pripraviť aj na externú časť maturitnej skúšky. Tieto položky sme pred začiatkom preberania témy zjednotili do jednotného celku ako učebný materiál, ktorý maturanti používali pri príprave.

Ukážka série úloh: Téma 2. Množiny a dôkazy

Teoretická časť:

1. Vymenujte druhy matematických dôkazov.

Na úlohe $\forall\, n \in N; 2/(n+1) \Rightarrow 2\ /\ (n^2+4n-3)$ ukážte princíp priameho dôkazu.

2. Vysvetlite pojem množiny, podmnožiny, rovnosť množín.

Definujte operácie s množinami: prienik, zjednotenie, rozdiel, doplnok – uveďte príklady. (Intervaly, Vennove diagramy).

a) Zvoľte si dve neprázdne konečné množiny A, B.

b) Načrtnite Vennove diagramy pre tieto dve množiny a vysvetlite ich úlohu.

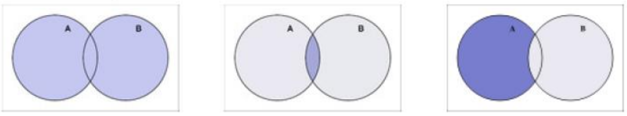
c) Objasnite obsah pojmov prienik a zjednotenie množín A,B, rozdiel B - A.

d) Demonštrujte vzťah medzi počtom prvkov množín A, B, $A \cup B$ a $A \cap B$.

3. a) Definujte množinu a uveďte, akým spôsobom môže byť množina zadaná.

b) Ako definujeme vzťah podmnožiny?

c) Na obrázku sú dve množiny A a B, ktoré znázorňujú množinové operácie. Pomenujte ich a definujte.



d) Demonštrujte vzťah medzi počtom prvkov množín A, B, $A \cup B$ a $A \cap B$.

e) Nájdite doplnok množiny A=⟨ -2; 6 ⟩ v obore reálnych čísel.

Dôkazové úlohy:

4. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí: $24 \,/\, (n^2 - 1)(n^2 + 2n)$.

5. Dokážte, že pre každé $n \in N$ platí; ak 3 delí $n^2 + 1$, tak 6 nedelí n.

6. Dokážte, že súčet prevrátených hodnôt koreňov rovnice $x^2 + px + q = 0$, sa rovná $-\dfrac{p}{q}$.

7. Daná je kvadratická rovnica $ax^2 + bx + c = 0$, pričom $a, b, c, x \in R, a \neq 0$. Dokážte, že jej korene x_1, x_2 platí: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ a zároveň $x_1 . x_2 = \dfrac{c}{a}$

8. Dokážte (sporom), že: a) $\sqrt{2}$ je iracionálne číslo. b) $\log 2$ je iracionálne číslo.

Výpočtová časť:

9. Z 50 študentov riešilo aspoň jednu z dvoch olympiád 44. MO neriešilo 19 a 39 riešilo práve jednu olympiádu. Koľko študentov riešilo len MO, FO a koľko študentov riešilo obe olympiády?

10. Dané sú množiny A={x∈Z; |x - 3| = 4}, B={ x∈R; $x^2 - x - 2 = 0$}, C= {x∈Z; $x^2 \leq 4$}. Určte: a) (A ∪B) – N b) B'_C c) A – B d) A ∪ B ∪ C e) C – (A ∪ B)

11. Zapíšte pomocou zátvoriek a na číselnej osi znázornite $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$:

a) $A = \langle 4; \infty)$; $B = (-\infty; 5 \rangle$

b) $A = \{x \in R;\ 5x - 8 < 48\}$; $B = \{x \in R;\ 3x \geq x - 9\}$

12. Zistite A, B, ak platí : $A \cap B = \{4; 9; 67; 102\}$

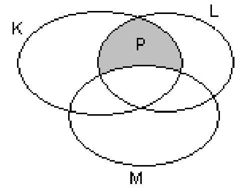
$A \cup B = \{2; 4; 6; 9; 56; 67; 100; 102; 200\}$

$B - A = \{6; 56; 200\}$

13. Na prijímacích skúškach dostali žiaci tri úlohy, označme ich A, B, C. Z tisíc uchádzačov vyriešilo úlohu A osemsto, úlohu B sedemsto a úlohu C šesťsto žiakov. Pritom úlohu A aj B vyriešilo 600, úlohu A aj C 500 a úlohu B aj C 400 žiakov. Všetky tri úlohy vyriešilo 300 uchádzačov. Koľko uchádzačov nevyriešilo ani jednu úlohu?

Ukážka testových úloh k téme *množiny a dôkazy* - príprava na externú časť maturitnej skúšky:

1. Na obrázku sú Vennovým diagramom znázornené štyri množiny K, L, M, P. Ktorá z uvedených rovností neplatí?



(A) $P = (K \cap L) - (K \cap L \cap M)$

(B) $P = (K \cap L) - M$

(C) $P = (K - M) \cap L$

(D) $P = (K \cup L) - M$

2. Označme K_5 množinu všetkých mocnín čísla 5 a K_{25} množinu všetkých mocnín čísla 25. V akom vzájomnom vzťahu sú množiny K_5 a K_{25} ?

(A) $K_5 \subset K_{25}$ (B) $K_{25} \subset K_5$ C) $K_5 = K_{25}$ (D) $K_5 \cap K_{25} = \emptyset$

3. Svedok pri výsluchu uviedol: *„Dôrazne popieram tvrdenie obžalovaného, že som sa s ním stretol aspoň päťkrát.“* Zo svedkovej výpovede vyplýva, že sa s obžalovaným

(A) nikdy nestretol. (B) stretol najviac raz.

(C) stretol štyrikrát. (D) stretol najviac štyrikrát.

4. Chceme dokázať tvrdenie:

Pre každé reálne číslo m platí: „ Ak je m^2 iracionálne, tak m je iracionálne.“

Pri nepriamom dôkaze musíme dokázať, že:

(A) Ak m je iracionálne, tak m^2 je iracionálne.

(B) Ak m je racionálne, tak m^2 je racionálne.

(C) Ak m je racionálne, tak m^2 je iracionálne.

(D) Ak m je iracionálne, tak m^2 je racionálne.

Matematika v maturitnom ročníku gymnázia prehlbuje a dopĺňa povinné vyučovanie matematiky, ale hlavne upevňuje, opakuje a systematizuje prebrané učivo v rámci prípravy na maturitné a prijímacie skúšky. Špeciálne sa venuje príprave na internú (ústnu) časť maturitnej skúšky a PFEČ MS riešením typových úloh. Obohacuje úlohy riešené v predchádzajúcich ročníkoch hlavne o parametrické a dôkazové úlohy. Upevňuje a rozširuje teoretické poznatky z matematiky. Hodnotenie a preverovanie vedomostí žiakov tiež simuluje ústnu časť maturitnej skúšky ako aj testovú formu preverovania vedomostí. Žiaci majú možnosť oboznámiť sa aj s teoretickými základmi ďalších oblastí matematiky, osvojiť si nové pojmy, vzťahy medzi nimi a nové metódy práce. Súčasne spoznávajú vzťahy a súvislosti medzi jednotlivými časťami gymnaziálneho učiva matematiky, učia sa aplikovať učivo nielen v matematike, ale aj v iných vedných odboroch. Maturanti v porovnaní so žiakmi, ktorí nebudú z matematiky maturovať, majú dosiahnuť vyšší stupeň automatizácie výpočtových zručností, používať väčší rozsah matematických nástrojov a dosiahnuť vyšší stupeň formalizácie matematických poznatkov (vrátane používania symboliky a odbornej terminológie) a abstrakcie.

Žiaci, ktorí sa v maturitnom ročníku rozhodnú pre maturitu z matematiky si väčšinou volia predmety – Rozširujúca matematika (dotácia 2x2 hodiny týždenne) a Seminár z matematiky (1x2 hodiny týždenne). Vzdelávací obsah predmetu je rozdelený na tematické okruhy: Základy matematiky, Funkcie, Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika, Planimetria, Stereometria. Všetky tieto okruhy postupne opakujeme, pričom žiaci majú 24 sérií úloh (po 10-30 príkladov v každej). Na základe cieľových požiadaviek si zopakujeme definície pojmov a vzťahy v danom okruhu a prepočítame príklady. Hlavný cieľ prípravy spočíva v tom, aby žiak dokázal samostatne a tvorivo pristupovať k riešeniu predovšetkým aplikačných úloh, pričom svoje riešenia následne konzultuje s učiteľom. Preto môžeme povedať, že učiteľ zadáva tému hodiny, no presnejší obsah už usmerňuje žiak svojimi otázkami a požiadavkami. Spomínané tematické okruhy sme rozdelili na týchto 24 sérii:

- Logika,
- Množiny a dôkazy,

- Čísla, premenné a výrazy,
- Teória čísel,
- Rovnice a ich sústavy,
- Nerovnice,
- Exponenciálne, logaritmické a goniometrické rovnice a nerovnice,
- Funkcie a ich vlastnosti,
- Lineárna a kvadratická funkcia,
- Mnohočleny a mocninové funkcie,
- Lineárna lomená funkcia,
- Logaritmické a exponenciálne funkcie,
- Goniometrické funkcie,
- Aritmetická a geometrická postupnosť,
- Planimetria, základné rovinné útvary,
- Analytická geometria v rovine,
- Analytická geometria v rovine (kvadratické útvary – kružnica),
- Množiny bodov daných vlastností,
- Zhodné a podobné zobrazenia,
- Konštrukčné úlohy,
- Stereometria – polohové úlohy,
- Stereometria – metrické úlohy,
- Telesá,
- Kombinatorika, pravdepodobnosť,
- Štatistika.

Úlohy v nich sú štylizované tak, aby modelovali úlohy na ústnej časti MS. Ku každému z nich máme vytvorenú aj databázu príkladov z predchádzajúcich rokov maturitných testov. Po zopakovaní 2 - 4 okruhov, píšu žiaci 2 typy testov:

- príprava na ÚČ MS – teória, príklady z okruhov

ukážka úloh z okruhu Funkcie:

1. Je daná funkcia: $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+2x+3}}{\log_3(5-4x)}$. Určte:

   a) *D(f)*,

   b) *f(-2)*,

c) overte, či $0 \in H(f)$,

d) všetky reálne čísla x, pre ktoré funkcia f nadobúda kladné hodnoty.

2. Je daná funkcia $f: y = \frac{3x+1}{x-2}$. Určte

a) definičný obor,

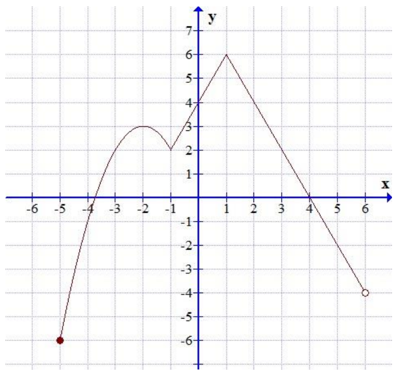
b) obor hodnôt funkcie,

c) priesečníky so súradnicovými osami,

d) rovnice asymptot.

e) načrtnite jej graf.

3. Podľa daného grafu funkcie určte jej vlastnosti, t.j. definičný obor, obor hodnôt, intervaly monotónnosti, prostá, párnosť, nepárnosť, ohraničenosť, extrémy.



- príprava na EČ MS – test pozostávajúci z 20 úloh s krátkou odpoveďou alebo s možnosťou výberu odpovede. Dôležitou súčasťou testovania je rozbor testu bezprostredne na nasledujúcej hodine.

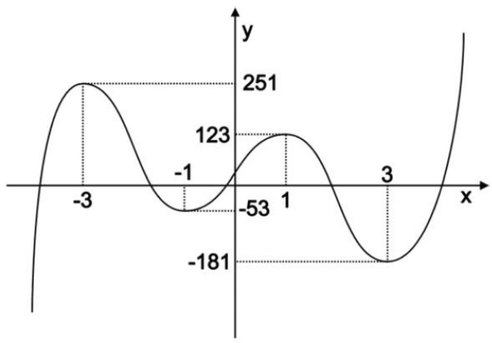
ukážka testových úloh z okruhu Funkcie:

1. Ktoré z nasledujúcich zápisov vyjadrujú predpis funkcie, kde premenná y je funkciou premennej x?

$f: x^2 + y^2 = 4$ $\qquad$ $g: y = -\sqrt{x+4}$ $\qquad$ $k: x - 2y + 5 = 0$

$h: x = y^2 + 1$ $\qquad$ $l: |y| = |x+3|$

2. Na obrázku je graf funkcie $f: y = 3x^5 - 50x^3 + 135x + 35$ s vyznačenými hodnotami všetkých jej lokálnych maxím a miním. Nájdite najmenšie $a \in R$, pre ktoré má rovnica $f(x) = a$ štyri rôzne reálne korene.

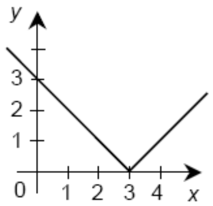


3. Graf ktorej z nasledujúcich funkcií má najviac spoločných bodov s grafom funkcie $f(x) = x$?

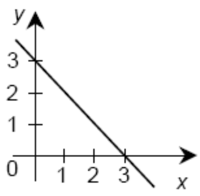
(A) $g_1(x) = x^2$ (B) $g_2(x) = x^3$ (C) $g_3(x) = x^4$

(D) $g_4(x) = -x^4$ (E) $g_5(x) = -x$

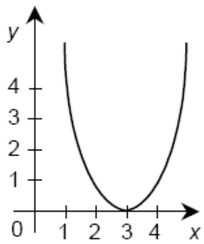
4. Na ktorom z obrázkov je časť grafu funkcie $f: y = \sqrt{(3-x)^2}$?



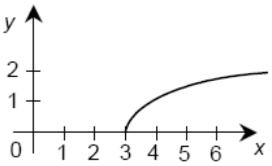
(A)



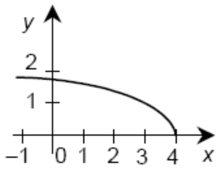
(B)



(C)



(D)



(E)

Na stretnutiach klubu matematickej gramotnosti sme sa zamerali aj na prípravné testovanie na externú časť maturitnej skúšky, analýzu testovania študentov štvrtého a piateho ročníka, úroveň vedomostí, najčastejšie chyby a problémové oblasti u študentov v rámci tematických okruhov. Následne sme hľadali spôsoby ako zvýšiť porozumenie zadaniu, motiváciu študentov a ako odstrániť/ zminimalizovať nedostatky v jednotlivých témach, a tak zvýšiť matematickú gramotnosť študentov. Cieľom externej časti a písomnej formy internej časti maturitnej skúšky je overiť a zhodnotiť vedomosti a zručnosti maturantov, ktoré nie je možné overiť v dostatočnej miere v ústnej forme internej časti. Testy z matematiky preverujú nielen vedomosti a zručnosti žiakov, ale sú zamerané aj na matematickú gramotnosť. Väčšinu maturitných okruhov sa podarí odprezentovať, precvičiť a zopakovať do externej časti maturitnej skúšky. Dôraz pri výbere a poradí preberaných tém sa kladie na témy, ktoré sa zvyknú v testoch najčastejšie vyskytovať. V každej téme sa kladie dôraz na nové poznatky a skutočnosti, s ktorými doteraz študenti neboli konfrontovaní, prípadne na ne nebol kladený dôraz. Snažíme sa využívať rôzne metódy a prostriedky, ktoré majú študenta aktívne vtiahnuť do hodiny a správne kladenými otázkami ho priviesť k poznaniu/ objaveniu súvislostí. Súčasťou každej preberanej témy sú aj testové úlohy, pričom sa s takýmito úlohami doposiaľ stretli len zriedkavo. Nejde tu však o nezvládnutie tém, skôr o nový typ úloh, ktoré väčšina študentov nevie samostatne riešiť, prípadne kvôli vedomiu jednoduchosti predovšetkým prvých tém niektorí prípravu na testové úlohy podcenia a pre chýbajúce vedomosti, je nemožné správne riešiť testové úlohy. Čo je zaujímavé, no každoročne sa opakuje, že študenti očakávajú komplikovanejšie riešenie, preto napriek osvojeným poznatkom aj poznaniu správneho algoritmu riešenia, zvyknú si niektorí riešenie úloh sami skomplikovať využitím operácií, ktoré sú pre danú úlohu neopodstatnené a nevedú k správnemu riešeniu. V týchto prípravných testových úlohách je veľmi dôležitý vstup a usmernenie učiteľa, ktorý necháva slobodu študentovi v spôsobe myslenia a riešenia úloh, no v správnom momente dokáže zareagovať a usmerniť doplňujúcou otázkou, či upozornením na časť zadania úlohy, ktorá je pre riešenie príkladu dôležitá a ovplyvní taktiež výber algoritmu počítania, ktorý je možné častokrát zjednodušiť, či skrátiť. Čo je veľmi povzbudzujúce je fakt, že čím viac sa preberie maturitných tém a čím viac testových úloh sa preráta, tým je menej potrebné usmernenie učiteľa, aj keď nedá sa jeho potreba úplne vylúčiť. Témy Množiny a dôkazy sú v celku správne uchopené, často však spočiatku dochádza k zámene nepriameho dôkazu a dôkazu sporom, najmä zámene obrátenej a obmenenej vety a ich použitiu. Nie je taktiež ničím neobvyklým, že spočiatku študenti správne začnú dôkaz vety, no v istom bode buď nevedia pokračovať, alebo využijú nesprávny úsudok, čo vedie k nesprávnemu záveru. Tu však ide skôr o prípravu na internú časť maturitnej skúšky, nakoľko v externej časti sa dôkazové úlohy vyskytujú len zriedkavo, a to v pomerne jednoduchej podobe. V téme Výroky je osvojenie a pochopenie hádam najlepšie, keďže študenti vnímajú najviac prepojenie s bežným životom, aj keď vnímajú aj rozdiely v matematickej logike a v hovorovej reči. Ak dochádza k nepochopeniu, zväčša je to kvôli stresu, prípadnej nepozornosti pri prvotnom porozumení úlohy. Téma Čísla, premenné, výrazy je problematickou kvôli numerickým chybám, ktorých sa študenti pri výpočtoch dopúšťajú ako aj kvôli nedostatočnému uchopeniu algebraických vzorcov pre umocňovanie dvojčlenov, pravidiel pre umocňovanie výrazov, čo sa výnimočne vyskytne sú dokonca usmernenie zloženého zlomku obsahujúceho výrazy, prípadne určenie definičného oboru výrazu pre zložený zlomok a následne nesprávne určenie hodnoty výrazu, či zjednodušeného tvaru. V téme Teória čísel si študenti zvyknú pomýliť najmenší spoločný násobok a najväčší spoločný deliteľ, prípadne ich správne použiť pri riešení slovnej úlohy. Riešenie sústav rovníc je vo všeobecnosti obľúbenou aktivitou, nie však ak je výpočet zdĺhavejší. Študenti, ak už v rovniciach zvyknú urobiť nejakú chybu ide o zámenu číselnej množiny, na ktorej pracujú a tak nesprávne určenie koreňa, prípadne pri nájdení viacerých riešení ako je počet koreňov kvôli využitiu dôsledkových úprav. Menej obľúbené sú však už komplikovanejšie typy (najmä goniometrických, exponenciálnych a logaritmických) rovníc a nerovníc, kde pri nerovniciach najčastejšou chybou býva odstránenie výrazu z menovateľa a tak nesprávne určenie riešenia. Funkcie, tak ako rovnice, čím jednoduchšie tým menší problém pre študenta predstavujú. Vo všeobecnosti majú študenti osvojenú konštrukciu/grafy funkcií, ich posun, aj určovanie vlastností, problém však môže nastať pri zlej identifikácii koeficientov, či nesprávne použitému grafu, čo nielen sťaží grafické riešenie úlohy, ale vedie aj k nesprávnemu riešeniu. Najväčší problém už dlhodobo v testových úlohách v EČMS predstavuje geometria. V planimetrii po správnom náčrte situácie nastáva problém s nesprávnym využitím vzťahov, ktoré neplatia pre rôzne rovinné útvary, prípadne dochádza k zámene termínov hĺbkový a výškový uhol. Slovné úlohy sú zo začiatku ťažkopádnejšie, no po správnom usmernení, sú študenti schopní samostatne pracovať a zvažovať pri riešení platné zákonitosti a postupy. Množiny bodov daných vlastností, ak graficky riešené nebývajú problémom, skôr je problém s algebraickými úpravami a to úpravou na štvorec, ktorá ak nie je správna vedie k nesprávnemu zakresleniu útvaru a teda aj nesprávnemu odvodeniu riešenia. Vo všeobecnosti študenti majú problémy v úlohách s parametrom, tak aby bola splnená istá vlastnosť funkcie, či počet riešení. V polohových úlohách, zväčša nie je problém so zostrojením rezov kocky, kvádra, hranola, ak už sa niekde študenti zmýlia, tak to zvykne byť rez ihlana, kde často zabúdajú, že nie je možné využívať rovnobežnosť stien, prípadne študenti so slabšou priestorovou orientáciou majú tendenciu spájať body neležiace v jednej rovine, taktiež dochádza k zámene uhlov. U bilingválnych študentov je niekedy pozorovať problém so správnym porozumením zadania kvôli chýbajúcemu slovenskému ekvivalentu pojmov, napriek ich uvádzaniu, keďže ich študenti nevyužívali počas hodín, nie sú dostatočne uchopené.

Analýza úrovne vedomostí na základe porozumenia textu ukázala, že sa zhoršila aj schopnosť študentov vyhodnotiť informáciu/ zadanie, zistiť, čo je vlastne úlohou vyplývajúcou zo zadania. Napriek tomu, hodnotíme, že je viditeľne výrazný posun u študentov od septembra, odkedy boli neustále vystavovaní testovým typom úloh. Zlepšila sa jednoznačne schopnosť využívať a prepájať jednotlivé poznatky, zjednodušiť výpočet a správne zhodnotiť postup aj spôsob riešenia.

Test externej časti maturitnej skúšky je určený maturantom všetkých druhov škôl, ktorí sa pripravujú na maturitnú skúšku z matematiky. Test rešpektuje obsah zákona č. 245/2008 Z. z. o výchove a vzdelávaní (školský zákon) a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a vyhlášky č. 318/2008 Z. z. o ukončovaní štúdia na stredných školách v znení neskorších predpisov. Obsah testu vychádza z Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. Testy externej časti maturitnej skúšky patria z hľadiska teórie tvorby testov medzi tzv. NRtesty (norm-referenced), čiže rozlišovacie testy, ktorých cieľom nie je v prvom rade overenie miery osvojenia testovaných poznatkov žiakmi, ale ide v nich o vytvorenie poradia testovaných žiakov podľa miery úspešnosti v absolvovanom teste priradením percentilu každému žiakovi (percentil určuje percento žiakov, ktorí v teste dosiahli horší výsledok než daný žiak). Celková priemerná úspešnosť testovanej populácie v takto koncipovaných testoch sa má pohybovať v rozmedzí 40 – 60 %, pričom NR-testy vždy obsahujú ľahké, stredne obťažné aj veľmi obťažné úlohy, ktorých základnou vlastnosťou je to, že dobre rozlíšia žiakov jednotlivých výkonnostných skupín. Test zohľadňuje predpísaný čas určený na riešenie testu (150 minút) a predpísané bodové hodnotenie úloh (každá správna odpoveď sa hodnotí celočíselne 1 bodom). Úlohy sú zostavené tak, aby ich žiaci mohli vyriešiť s použitím predpísaných pomôcok. V teste sú úlohy z nasledujúcich tematických celkov:

- základy matematiky (7 úloh)
- funkcie (8 úloh),
- planimetria (6 úloh),
- stereometria (5 úloh),
- kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika (4 úlohy).

V teste sú úlohy dvoch typov:

- otvorené úlohy s krátkou odpoveďou – 20 úloh,
- zatvorené úlohy s výberom odpovede – 10 úloh.

V teste sú zastúpené úlohy s rôznou obťažnosťou:

- ľahké (7 – 9 úloh),
- stredne obťažné (13 – 15 úloh),
- obťažné (7 – 9 úloh).

V teste sú úlohy rôznej kognitívnej úrovne:

1) úlohy na reprodukciu a porozumenie:

- overenie znalosti pojmov, porozumenie, priraďovanie, zoraďovanie, triedenie, porovnávanie, jednoduchá aplikácia;

2) úlohy na aplikáciu poznatkov:

- analýza, syntéza, indukcia, dedukcia, vysvetľovanie, hodnotenie, dokazovanie, overovanie,
- overenie algoritmov riešenia úloh v kontextoch blízkych alebo podobných školskej praxi;

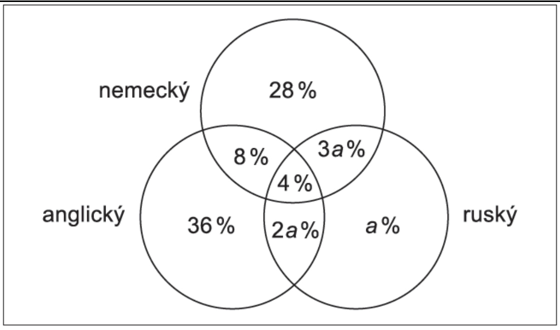
3) problémové úlohy:

- tvorba hypotéz, zložitejšia aplikácia, riešenie problémových situácií, objavovanie nových myšlienok a vzťahov,
- tvorba produktívnych riešení a použitie poznatkov v neobvyklých a neznámych kontextoch.

Testové úlohy, ktoré majú zväčša tvar slovných úloh sú pre väčšinu študentov náročnejšie, no pri ich pravidelnejšom precvičovaní prichádza k automatizácii matematického aparátu a zlepšeniu matematickej gramotnosti, taktiež k istej samostatnosti študenta, čo vedie k väčšej istote a schopnosti riešiť aj úlohy, v ktorých by sa predtým študent kvôli pocitu neúspechu a bezradnosti vzdal a úlohu by ani nezačal riešiť. Zvolený spôsob výučby a realizácie prípravy študentov vo štvrtom a piatom ročníku sa ukazuje ako efektívny a preto sa spolu s individuálnymi konzultáciami pre študentov bude naďalej využívať pri ich príprave na externú časť maturitnej skúšky. Na stretnutí pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť sme sa snažili vytvoriť databázu úloh z testov predchádzajúcich rokov v okruhoch Logika, Čísla, Rovnice, Nerovnice, Štatistika, Pravdepodobnosť, ktoré by mohli žiaci využívať pri príprave na EČMS a nadobudli tak väčšiu istotu na samotnej maturitnej skúške. Súčasťou každej zbierky úloh sú aj výsledky, no bez ponúknutých riešení, tie si má žiak hľadať sám. Úlohy, s ktorými majú žiaci problém, alebo učiteľ uzná za vhodné ukázať rôzne prístupy k riešeniu, sú potom riešené so žiakmi na hodinách Seminár z matematiky.

Ukážky zatvorených úloh s výberom odpovede (1 správna možnosť z 5 možností) vytvorenej zbierky z celku Logika a množiny:

Úloha1: V škole každý žiak študuje aspoň jeden cudzí jazyk zo skupiny: anglický, nemecký a ruský. Percentuálne rozloženie žiakov vidíme na Vennovom diagrame. Len nemecký jazyk študuje 56 žiakov. Koľko žiakov študuje anglický jazyk?



(A) 72 (B) 96 (C) 112 (D) 100 (E) 200

Úloha2: Daný je výrok: Peter klame a kradne. Vyberte možnosť, v ktorej je uvedená negácia daného výroku.

(A) Peter klame, ale nekradne. (B) Peter neklame a nekradne.
(C) Keď Peter neklame, tak ani nekradne. (D) Peter neklame, ale kradne.
(E) Peter neklame alebo nekradne.

Ukážky otvorených úloh s krátkou odpoveďou vytvorenej zbierky z celku Logika a množiny:

Úloha1: Sú dané intervaly $A = (-2;\ 5\rangle$ a $B = \langle 2x + 7; 7)$. Nájdite najväčšiu hodnotu x, pre ktorú je prienik $A \cap B$ neprázdna množina.

Úloha2: Určte počet dvojciferných kladných čísel n, pre ktoré platí nasledujúca vlastnosť:

Ak n je deliteľné 2, tak n je deliteľné 3.

Ukážky zatvorených úloh s výberom odpovede vytvorenej zbierky z celku Čísla:

Úloha1: Koľko existuje celých čísel k tak, aby aj zlomok $\frac{k+6}{k}$ bol celé číslo?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

Úloha2: Test na prijímacích skúškach obsahuje u úloh. Pätina z nich sa hodnotí jedným bodom, t úloh je trojbodových, zvyšné úlohy sú dvojbodové. Aký maximálny počet bodov sa dá získať z testu?

(A) $\frac{1}{5}.u + 3.(u-t) + 2.\frac{4}{5}.(u-t)$ **(B)** $\frac{1}{5}.u + 3.t + 2.(u-t)$ **(C)** $\frac{1}{5}.u + 3.t + 2.\frac{4}{5}.(u-t)$

(D) $\frac{1}{5}.u + 3.\frac{1}{5}.t + 2.(\frac{3}{5}.u - t)$ **(E)** $\frac{1}{5}.u + 3.t + 2.(\frac{4}{5}.u - t)$

Ukážky otvorených úloh s krátkou odpoveďou vytvorenej zbierky z celku Čísla:

Úloha1: Jakub dostal za úlohu nájsť všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je aj zlomok $\frac{364}{2n-1}$ prirodzeným číslom. Koľko je takých prirodzených čísel n ?

Úloha2: Na výpočet obsahu kruhu s polomerom 20cm sme použili približnú hodnotu $\pi \doteq \frac{22}{7}$ a dostali sme výsledok $S = \frac{22}{7}.400\ cm^2$. Vieme, že presná hodnota čísla π leží medzi číslami $\frac{22}{7} - 0{,}003$ a $\frac{22}{7} + 0{,}003$. Presný obsah preto leží medzi číslami $\left(\frac{22}{7} - 0{,}003\right).20^2\ cm^2$ a $\left(\frac{22}{7} + 0{,}003\right).20^2\ cm^2$, t.j. leží v intervale$\langle S-k; S+k\rangle$. Vypočítajte v cm^2 hodnotu k .

Ukážky otvorených úloh s výberom odpovede vytvorenej zbierky z celku Rovnice, nerovnice:

Úloha1: Množina všetkých riešení nerovnice $\frac{3x^2+x-6}{x^2} \leq 2$ je

(A) $(-\infty; -3\rangle \cup \langle 2; \infty)$ (B) $\langle -3; 0) \cup (0; 2\rangle$ (C) $\langle -2; 3\rangle$ (D) $\langle -3; 2\rangle$ (E) $\emptyset$

Úloha2: Určte počet koreňov rovnice $\sin x = \frac{1}{2}$ patriacich do intervalu $(-570°;\ 570°)$.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Ukážky otvorených úloh s krátkou odpoveďou vytvorenej zbierky z celku Rovnice, nerovnice:

Úloha1: **Vypočítajte $\log_x y$, ak viete, že $y^5 = \sqrt{x^3}$ a x, y sú kladné čísla, nerovnajúce sa 1.**

Úloha2: S presnosťou na dve desatinné miesta nájdite riešenie rovnice $2^{640} = 10^x$.

Ukážky otvorených úloh s výberom odpovede vytvorenej zbierky z celku Funkcie:

Úloha1: Vyberte k funkcii s predpisom $y = -2x^2 + 4x + 6$ funkciu, ktorá sa jej rovná.

(A) $y = 2(x-2)^2 + 2$

(B) $y = -2(x+2)^2 + 2$

(C) $y = -2(x+1)^2 + 8$

(D) $y = 2(x-1)^2 + 8$

(E) $y = -2(x-1)^2 + 8$

Úloha2: Grafom funkcie $f: y = \frac{x^2-6x+9}{x-3}$ je

(A) parabola.

(B) parabola bez jedného bodu.

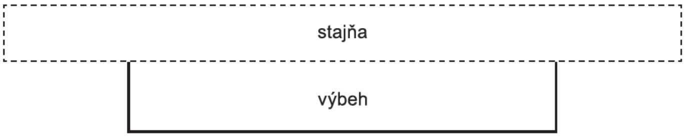
(C) hyperbola (graf lineárnej lomenej funkcie).

(D) priamka.

(E) priamka bez jedného bodu.

Ukážky otvorených úloh s krátkou odpoveďou vytvorenej zbierky z celku Funkcie:

Úloha1: Jazdecký klub plánuje vybudovať pri stajni ohradený obdĺžnikový výbeh s čo najväčšou rozlohou. Plán oplotenia výbehu je znázornený na obrázku. Na oplotenie (vyznačené hrubou čiarou) použijú 200 metrov pletiva. Koľko metrov štvorcových bude mať tento výbeh?

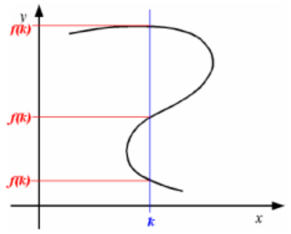


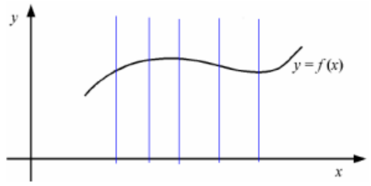
Úloha2: Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú priesečníky funkcie $y = 1 - \frac{1}{x+2}$ so súradnicovými osami a bod $[0; 0]$.

Analyzovali sme úroveň vedomostí zameranú na porozumenie textu, overovanie vedomostí a zručností, aplikáciu poznatkov v praktických súvislostiach a na logické myslenie a zhodnotenie prípravy maturantov. Túto analýzu sme urobili na základe výsledkov prípravného testovania na EČ MS. Písanie a rozbor starších maturitných testov sme praktizovali takmer od začiatku školského roka aj formou krúžku, ktorý bol zameraný práve na prípravu maturantov. Maturanti si jednom dvojhodinovom stretnutí napísali vybraný maturitný test, na následnom stretnutí bola urobená jeho podrobná analýza. Testové úlohy je potrebné čítať dôsledne a pomaly, s porozumením. Veľká časť úspechu je skrytá práve v porozumení úloh, lebo mnohé z nich sú jednoduché a nenáročné na výpočet, len je potrebné im porozumieť a nájsť čo najefektívnejšie riešenie. Ukázalo sa, že u tých, ktorí krúžok navštevovali pravidelne, sú badateľné pokroky v riešení typových úloh.

Cieľom pedagogického klubu bolo tiež inovovať interné materiály a testov so zameraním na ústnu časť MS. Keďže maturantov pripravujeme okrem externej časti maturitnej skúšky aj na jej internú časť, snažili sme sa po EČMS počas hodín simulovať ústnu MS, na ktorej si žiaci precvičovali okrem iného prípravu aj 20-minútovú odpoveď z matematiky. Príprava inovatívnych učebných materiálov spočívala v tom, že sme zostavili súbor typových úloh a roztriedili ich do skupín po tri úlohy tak, aby simulovali reálne zadania maturitných tém. Takto si žiaci aspoň čiastočne dokázali predstaviť priebeh maturitnej skúšky a do istej miery tak odbúrať stres pri reálnej skúške. Počas ďalších stretnutí pedagogických klubov sme vytvárali inovatívne interné materiály a testy pre maturantov so zameraním sa na písomnú formu EČ MS.

Stretnutia klubov v priebehu apríla boli zamerané na tematické celky funkcie a postupnosti. Celok Funkcie je v maturitných témach rozdelený do piatich maturitných otázok. Začíname zadefinovaním pojmu funkcia, spôsob určenia a jej vlastností. Všetky pojmy po teoretickom zavedení a osvojení si, precvičujeme na úlohách, pričom sa snažíme o variabilitu úloh aj ich obtiažnosť. Od úplného začiatku sa snažíme prepájať a vhodne využívať grafy funkcií, ktoré častokrát pomôžu úlohy zjednodušiť a efektívnejšie riešiť, napríklad pre pochopenie pojmu funkcia:





alebo: *Daná je množina C = {0, 1, 2, ..., 10}. Rozhodnite, či nasledujúce predpisy definujú funkciu f : a) f priraďuje prvku z C jeho tretiu mocninu,*

b) f priraďuje prvku z C jeho druhú odmocninu,

c) f priraďuje prvku z C jeho prevrátenú hodnotu.

Dané úlohy sa vždy snažíme prepájať s praktickým využitím problematiky v bežnom živote, ako aj s ďalšími predmetmi, nakoľko to uľahčuje pochopenie problému študentom, pomáha vidieť zmysel preberaného učiva pre bežný život a prispieva k rozvoju matematickej gramotnosti.

Príklad: Ak vyhodíme kameň kolmo hore rýchlosťou v m.s^{-1}, jeho maximálna výška bude približne vyjadrená vzťahom $h = f(v) = \frac{1}{20}v^2$.

a) Vypočítajte polovicu maximálnej výšky, ktorú kameň dosiahne, ak bol vyhodený postupne rýchlosťami 10 m.s^{-1}, 20 m.s^{-1}, 30 m.s^{-1}.

b) Akou rýchlosťou má byť kameň vrhnutý kolmo hore ak má dosiahnúť vzdialenosť od bodu vrhu aspoň 125 m?

Pred precvičovaním slovných úloh je vždy najprv potrebné teoretické osvojenie si vedomostí spojených s danou témou, preto pri každom type funkcií začíname zadefinovaním pojmov, typov funkcií, rozborom vlastností grafov funkcií. Žiak má vedieť určiť základné vlastnosti, definičný obor, obor hodnôt, pričom často je však problémom zápis slovnej úlohy a identifikácia premenných, napr. *Rozhodnite, či závislosť vyjadruje funkciu: Závislosť množstva vody v nádrži od času, ak do nádrže pritečie každú hodinu 10 hektolitrov vody.*

Určovanie vlastností funkcií ako monotónnosť, extrémy, ohraničenie, parita nespôsobuje študentom problém pokiaľ ide o odčítavanie z grafu, skôr je problém z dôkazom vychádzajúcim z definície vlastností, preto úlohy typu dokresli graf funkcie tak, aby spĺňala isté vlastnosti, nie je pre študentov až tak náročná ako tie, ktoré je potrebné teoreticky podložiť na ústnu časť maturitnej skúšky.

a) Zostrojte graf $f : y = -x^2 + 2x + 3$ a určte jej vrchol a priesečníky so súradnicovými osami. Zostrojte graf $f : y = \left| -x^2 + 2x + 3 \right|$.

b) Cesta klesá rovnomerne. Určte graficky výšku bodu, ktorý je vzdialený 15 km, ak má bod vzdialený 5 km výšku 150 m, bod vzdialený 9 km výšku 126 m. [90 m]

Lineárne a kvadratické funkcie sú zväčša správne vnímané, problém však nastáva pri mocninových a racionálnych lomených funkciách, predovšetkým s úpravou na požadovaný tvar a jej zakreslením, prípadne nesprávnym určením mocniny a priradením grafu, čo pri komplexnejších úlohách vedie k nesprávnemu riešeniu celej úlohy. Preto je potrebné usmerňovanie a precvičovanie týchto typov úloh. Jednotlivé funkcie, ich grafy sú skôr pre študentov náročné v prípade aplikácie poznatkov, ich praktického využitia pri riešení a zjednodušení riešenia, pri takýchto úlohách najviac vnímame potrebu rozvíjať matematickú gramotnosť. Logaritmické a exponenciálne funkcie ich posun, určovanie a porovnávanie hodnôt sú zväčša správne a ľahko pochopené, problém skôr spôsobujú rovnice a ich riešenie, kde vnímame problém s identifikovaním typu rovnice a určením správneho spôsobu riešenia. Navyše študenti zvyknú opomenúť určenie definičného oboru a tak sa stáva, že sa navýši počet riešení. Goniometrické funkcie a všeobecné pochopenie ich grafického znázornenia je niečo s čím sa študenti stretli a dokážu aplikovať, problémom je skôr určenie priesečníkov s osou x, ak ide o posunutý graf funkcie. Preto je potrebné usmerniť a precvičiť tieto typy úloh, kvôli vyššej efektivite a časovej úspornosti. Napr.

Načrtnite graf funkcie pre $x \in \langle -2\pi; 4\pi \rangle$, určte periódu a obor funkčných hodnôt, ak

$$g : y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Pri riešení goniometrických rovníc, je problém podobný ako pri logaritmických rovniciach. Preto v interných materiáloch pridáme počet úloh, kde nepôjde ani tak o samotné riešenie, ale skôr o identifikáciu typu rovnice a navrhnutie spôsobu riešenia.

Po celku funkcie pokračujeme s postupnosťami, ako špeciálnym druhom funkcií. Postupnosti sú zväčša veľmi rýchlo pochopené maturantmi, čo však neznamená, že nie je potrebné zaradiť aj klasické typy príkladov, no čo vnímame ako potrebné a problematické je rekurentné určenie postupnosti a matematizácia slovných úloh, preto okrem klasických úloh pre využitie rôznych druhov vzťahov platných pre aritmetickú/ geometrickú postupnosť, doplníme slovné úlohy a príklady s využitím rekurentného určenia postupností. Napr.

Príklad 4: *Postupnosť* $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ *je daná rekurentným vzťahom. Určte jej prvých 5 členov a znázornite ich na číselnej osi:*

a) $c_1 = 5, \quad c_{n+1} = c_n - 4, \quad n \in \mathbb{N},$

b) $c_1 = -1, \quad c_2 = 3, \quad c_{n+2} = \dfrac{c_n + c_{n+1}}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$

Príklad 5: *Vyjadrite rekurentne postupnosť* $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$, *ktorá je daná vzorcom pre* n*-tý člen:*

a) $d_n = 2 \cdot n,$

b) $d_n = 5^{3-n},$

c) $d_n = \dfrac{n+1}{n}$ *(náročnejší príklad).*

Príklad 1: *Určte, kedy dosiahneme väčší nárast finančného vkladu:*

a) za 5 *rokov pri úrokovej miere* 10% *alebo za* 10 *rokov pri úrokovej miere* 5%*, ak v oboch prípadoch je úrokovacie obdobie* 1 *rok,*

b) za 5 *rokov pri štvrťročnom úrokovaní s úrokovou mierou* 2% *alebo pri polročnom úrokovaní s úrokovou mierou* 4%*?*

Príklad 5: *Tlak vzduchu klesá s rastúcou nadmorskou výškou približne o* $1{,}2\%$ *na každých* 100 *metrov, pričom na morskej hladine sa predpokladá tzv. normálny atmosferický tlak* $1\,013{,}24$ *hPa. Vypočítajte:*

a) o koľko percent klesne tlak vzduchu oproti normálnemu atmosferickému tlaku, ak vystúpime do nadmorskej výšky $1\,000$ *m,*

b) tlak vzduchu na vrchole Lomnického štítu v nadmorskej výške $2\,634$ *m.*

Aprílové stretnutia Pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť sa niesli v znamení prípravy, tvorby, transformácie a dokončovania inovatívnych interných materiálov a testov pre maturantov so zameraním sa na písomnú časť maturitnej skúšky z tematickej časti *Planimetria*. Skúsenosti z predchádzajúcich rokov aj najnovší maturitný test nás utvrdili v tom, že úlohy z planimetrie sú v maturitnom teste náročné a vyžadujú si dôslednú prípravu. Preto je zozbieranie týchto úloh, ich sprístupnenie maturantom a následné prepočítavanie dôležitou súčasťou prípravy na písomnú maturitu.

Ukážka z testových úloh na tému planimetria:

1. Dĺžky strán istého pravouhlého trojuholníka sa dajú zapísať v tvare *s, s + p, s + 2p,* kde $s, p \in R^+$. Aká je dĺžka jeho prepony, ak dlhšia odvesna meria 12 cm?

(A) 13 cm (B) 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 14 cm

2. V kosoštvorci s dĺžkou strany *a* má kratšia uhlopriečka dĺžku *p.* Aký obsah má tento kosoštvorec ?

(A) $\frac{p\sqrt{4a^2 - p^2}}{2}$ (B) $\frac{p\sqrt{4a^2 - p^2}}{4}$ (C) $\frac{p\sqrt{a^2 - p^2}}{2}$ (D) $4p\sqrt{a^2 - p^2}$

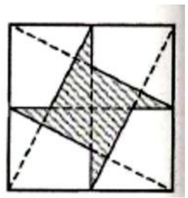
3. Istý mnohouholník má obvod 31 cm. Jedna z jeho uhlopriečok ho delí na dva mnohouholníky s obvodmi 21 cm a 30 cm. Akú dĺžku má táto uhlopriečka ?

4. Koľko vrcholov má konvexný mnohouholník, ak aritmetický priemer veľkostí jeho vnútorných uhlov je 135°?

5. Aký najväčší obsah (v cm^2) môže mať trojuholník *ABC*, v ktorom má strana ***a*** dĺžku 7 cm a ťažnica $\boldsymbol{t_a}$ na stranu ***a*** dĺžku 16 cm?

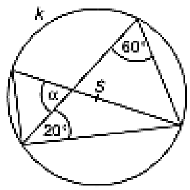
6. Obdĺžnik so stranami 36cm a 27cm je rozdelený jednou svojou uhlopriečkou na dva trojuholníky. Aká je vzdialenosť ťažísk týchto dvoch trojuholníkov?

7. Na výstave orientálneho umenia bol vystavený obraz zo starovekej Indie (pozri obrázok). Obraz má tvar štvorca. Čiary, ktoré sú na ňom nakreslené, spájajú vrcholy a stredy strán. Aká časť štvorca <u>nie je</u> vyšrafovaná?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

8. Do kružnice k so stredom S sú vpísané dva trojuholníky (pozri obrázok). Aká je veľkosť uhla α?

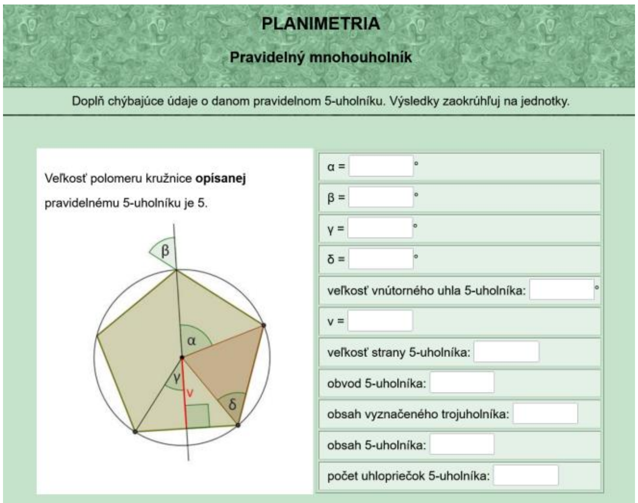


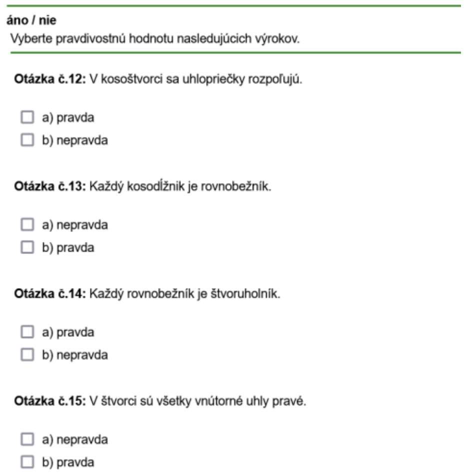
(A) 30° (B) 40° (C) 45° (D) 50° (E) 60°

Ukážka úloh z planimetrie zo stránky gymmoldava:

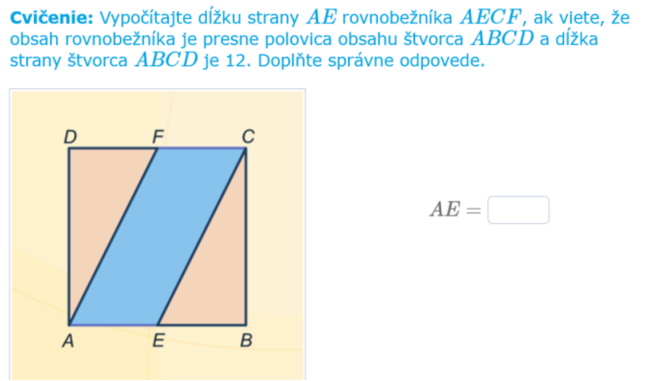
Pytagorova veta – výpočtová úloha:

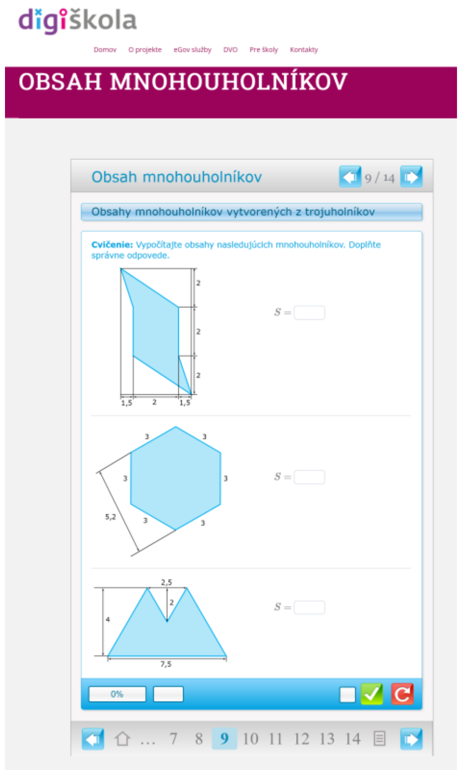
Aké rozmery má monitor počítača, ak je 23 palcový (1 palec = 2,54 cm) a pomer šírky a výšky obrazovky je 16 : 9. Výsledky uveďte zaokrúhlené na desatiny cm.





Ukážka úloh z planimetrie zo stránky digiškola:





Na ďalšom stretnutí pedagogického klubu sme diskutovali o vhodnosti použitia rôznych foriem práce so žiakmi a ich vplyv na dosiahnutie stanoveného cieľa. Samozrejme, na základe skúseností a práce so žiakmi približne vieme, či materiál, ktorý sme už spracovali alebo sa chystáme spracovať je vhodný na tú–ktorú aktivitu, do tej-ktorej triedy, či na danej vyučovacej hodine bude materiál prínosom. Skutočne zhodnotiť využiteľnosť a prínos týchto materiálov budeme vedieť až po ich použití vo viacerých skupinách a rôznych rokoch pre porovnanie.

Na ďalšom stretnutí sme zhodnotili prácu krúžkov a záujem žiakov o jednotlivé typy krúžkov so zameraním na matematiku. Ponuka krúžkov so zameraním na matematiku bola aj v tomto školskom roku veľmi široká a pestrá. Záujem o krúžky na začiatku školského roka bol vyšší, s postupujúcim školským rokom a častejšími karanténami či ochoreniami žiakov sa počet žiakov na krúžkoch mení. Z našej strany je preto potrebné analyzovať úroveň jednotlivých krúžkov a ich prínos pre žiakov. Nie o každý krúžok prejavili študenti dostatočný záujem a najťažšie je pre nich vytrvať s účasťou do konca školského roka. Po skončení vyučovania, keď žiaci majú väčšinou 7 hodín, nevládzu, resp. nechcú ostávať v škole na krúžkoch s takýmto zameraním. Väčší záujem je o športové a umelecké krúžky, ktoré na našej škole realizujeme prostredníctvom CVČ. Hlavným cieľom týchto krúžkov je zapojiť a pripraviť žiakov s hlbším záujmom o matematiku do rôznych súťaží, pripraviť sa na EČMS, pripraviť sa na štúdium na vysokých školách prírodovedného, ekonomického i technického zamerania v maximálnej možnej miere, no v neposlednom rade pomôcť žiakom, ktorí majú so štúdiom matematiky problémy. Na škole pracovali štyri krúžky Matematickej gramotnosti s rôznym zameraním – príprava maturantov, príprava na matematické súťaže, doučovanie a krúžok zameraný na vyššiu matematiku – derivácie a integrály.

RNDr. Henrieta Svocáková - doučovanie pre 1.-3.ročník

Mgr. Kravcová Lucia - doučovanie – pre maturantov písanie maturitných testov

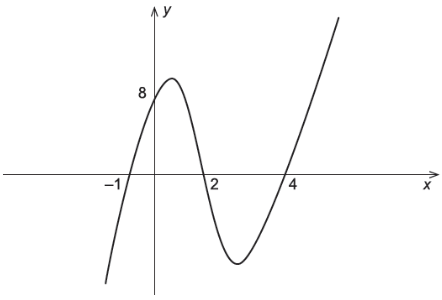
Mgr. Petrovská Andrea - príprava na matematické súťaže (pre všetky ročníky),

RNDr. Petrovský Pavol - vysokoškolská matematika (vhodné pre 3.-4. ročník štvorročného a 4.-5. päťročného štúdia)

Doučovanie pre 1.-3.ročník – Tento krúžok navštevujú žiaci, ktorí majú nedostatky v základných matematických zručnostiach, pomalé tempo práce, nesystematičnosť v príprave. Učiteľ sa venuje vždy práve preberanému učivu, podľa požiadaviek žiakov. Žiaci pozitívne hodnotia hlavne individuálny prístup a pomalšie tempo práce v porovnaní s tradičnou hodinou. Prepočítajú si pod dohľadom učiteľa domáce úlohy z posledného týždňa, pripravia sa na prípadný test. Záujem o tento krúžok zo strany žiakov je vyšší, no málo z nich chodí dlhodobejšie, väčšinou ho využívajú príležitostne. Viesť tento krúžok zo strany učiteľa bolo náročné, práve z dôvodu nepravidelnej dochádzky a účastí žiakov z rôznych tried, ročníkov. Činnosť tohto krúžku budeme chcieť zachovať aj po skončení projektu, prípadne ho rozdeliť po ročníkoch. Doučovanie – pre maturantov písanie maturitných testov – Tento krúžok navštevujú predovšetkým žiaci maturitných ročníkov. Jeden týždeň píšu samostatne celý maturitný test a o týždeň konkrétny test rozoberajú spoločne. Tento krúžok navštevujú predovšetkým žiaci maturitného ročníka, ktorí majú obavy z vykonania externej časti maturitnej skúšky. Úlohy v maturitných testoch sú častokrát špecifické, ináč zadané, ako sú žiaci zvyknutí počas troch rokov štúdia matematiky. Mnohé úlohy sú komplexné, obsahujúce viac tém, preto niektoré z nich nie je možné použiť pri preberaní daného učiva v nižších ročníkoch. Zaradenie tohto krúžku sa nám, aj podľa spätnej väzby so strany žiakov, osvedčilo.

Ukážka úloh z maturitného testu:

03 Na obrázku je časť grafu funkcie $f(x) = (x + c).(x - 2).(x + 1)$. Určte hodnotu c.



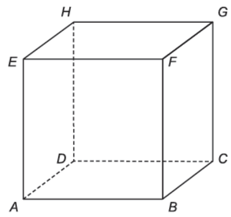
24 Dané sú výroky K, L, M, N.

K: Existuje párne prvočíslo.
L: Ak je prirodzené číslo deliteľné číslami 2 a 4, tak je deliteľné aj číslom 8.
M: Pre všetky reálne čísla $x < 1$ platí, že $x^2 < 1$.
N: Ak je ciferný súčet daného čísla 9, tak je toto číslo deliteľné číslom 9.

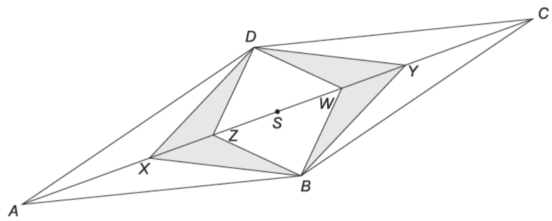
Z výrokov K, L, M, N sú pravdivé práve dva. Ktoré sú to?

(A) K, L
(B) K, M
(C) K, N
(D) L, N
(E) M, N

05 Daná je kocka *ABCDEFGH* s dĺžkou hrany 4 cm a bod *X*, ktorý je stredom úsečky *AB*. Rozrezaním kocky rovinou *EHX* vzniknú dve telesá. Vypočítajte objem väčšieho z nich. Výsledok uveďte v centimetroch kubických.



07 Na obrázku je rovnobežník *ABCD*, body *S*, *X*, *Y*, *Z*, *W* sú postupne stredy úsečiek *AC*, *AS*, *SC*, *XS* a *SY*. Koľko percent obsahu rovnobežníka *ABCD* tvorí vyfarbená časť?



Krúžok prípravy na matematické súťaže bol ponúknutý žiakom všetkých ročníkov, pričom sa na ňom žiaci pripravovali na všetky súťaže, do ktorých sa už tradične naša škola zapája – Matematická olympiáda, Náboj, Matboj, Klokan. Práve pestrosť jednotlivých súťaží, aj kategórií bola tým, s čím sa bolo potrebné najviac vysporiadať. Poradie prípravy na jednotlivé súťaže sme si upravili podľa termínovníka kôl. Matematická olympiáda má domáce, okresné (iba v Z9, teda pre 1.ročník bilingválnej triedy), školské, krajské kolo a v kategórii A aj celoštátne a medzinárodné. Začali sme matematickou olympiádou kategórie A, kde sme mali 3 žiakov, následne tímová súťaž Náboj, kde sme mali 4 tímy po 5 žiakov. Následne sme sa venovali matematickej olympiáde kategórie Z9 (1 žiačka), C (3 žiaci), B (4žiaci). Pravidelné stretnutia a príprava pravdepodobne prispeli k vyššej motivácii žiakov a následne aj veľmi dobrým výsledkom vo všetkých súťažiach. V príprave sme používali príklady a autorské riešenia z predchádzajúcich rokov, rozširovali sme si obsah pojmov, vzťahov a tvrdení v rôznych témach. Veľkým prínosom bolo aj pozvanie a diskusia s učiteľom s dlhodobými skúsenosťami v príprave na matematickú olympiádu, v ktorých dosiahol aj mnohé úspechy.

Do ďalších rokov je potrebné určite v realizácii tohto krúžku pokračovať, prípadne žiakov rozdeliť podľa kategórii.

Ukážka úlohy z krajského matematickej olympiády kategória C: Tabuľka 10x10 je vyplnená číslami 1 a -1 tak, že súčet čísel v každom riadku až na jeden je rovný 0 a súčet čísel v každom stĺpci až na jeden je rovný rovnakému číslu s. Určte najväčšiu možnú hodnotu s.

Riešenie:

Majme ľubovoľnú tabuľku 10×10 vyplnenú podľa zadania úlohy a okrem čísla s uvažujme aj súčet T všetkých čísel v tejto tabuľke. Keďže súčet čísel v každom riadku až na jeden je 0, tak hodnota T je rovná súčtu 10 čísel v tomto jednom riadku, ktorý je nanajvýš 10. Platí teda $T \leq 10$.

Na druhej strane, pri počítaní súčtu T po stĺpcoch našej tabuľky dostaneme podľa zadania za deväť stĺpcov dokopy hodnotu $9s$. K nej ešte musíme pripočítať súčet 10 čísel v zvyšnom desiatom stĺpci, čo je vždy najmenej -10. Tým pádom platí $T \geq 9s - 10$.

Spojením nerovností $T \leq 10$ a $T \geq 9s - 10$ dostávame $10 \geq T \geq 9s - 10$, odkiaľ $10 \geq 9s - 10$ čiže $9s \leq 20$. Číslo s je však celé, a preto posledná nerovnosť už vedie k odhadu $s \leq 2$.

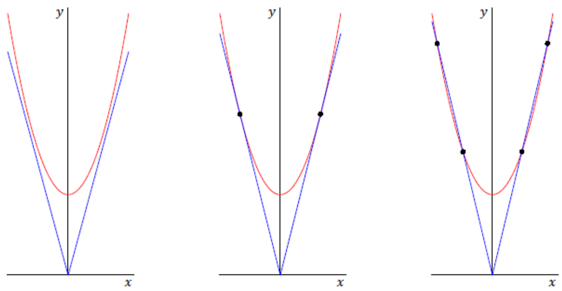
Ako ukazuje nasledujúca tabuľka, hodnota 2 je dosiahnuteľná:

−1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	1
−1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1
−1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1
−1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	1
−1	1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1
−1	1	1	1	1	1	−1	−1	−1	−1
−1	−1	1	1	1	1	1	−1	−1	−1
−1	−1	−1	1	1	1	1	1	−1	−1
−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	1	−1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Najväčšia možná hodnota s je teda 2.

Ukážka úlohy a jej riešenia z krajského matematickej olympiády kategória B: Určte počet reálnych koreňov rovnice $x^2 + 4 = a|x|$ v závislosti od parametra a.

Riešenie 1:



Ako prvé uveďme grafické riešenie úlohy. Grafom funkcie s predpisom na ľavej strane rovnice je červená parabola „roztvorená nahor“, ktorá má vrchol v bode $(0, 4)$. Grafom funkcie s predpisom na pravej strane je dvojica modrých polpriamok vychádzajúcich z počiatku, ktoré sú súmerne združené podľa osi y. Polpriamka smerujúca doprava (graf funkcie pre $x > 0$) má smernicu a, polpriamka smerujúca doľava má smernicu $-a$.

Uvedomme si, že celá situácia je súmerná podľa osi y. Môžu teda nastať tri prípady:

- Pre určitú hraničnú (zrejme kladnú) hodnotu a_0 parametra a budú obe polpriamky dotyčnicami paraboly (pozri obrázok uprostred) – v tom prípade bude rovnica mať 2 reálne korene.
- Ak $a < a_0$, tak polpriamky parabolu nepretnú (obrázok vľavo), takže rovnica nebude mať žiadny reálny koreň.
- Ak $a > a_0$, tak každá z oboch polpriamok pretína parabolu v dvoch bodoch (obrázok vpravo) – rovnica potom bude mať celkom 4 reálne korene.

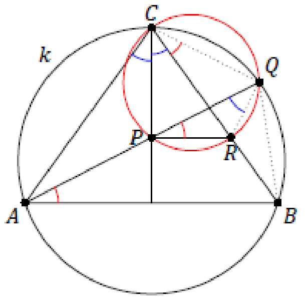
Stačí teda dopočítať onú hraničnú hodnotu a_0. Kvadratická rovnica $x^2 + 4 = a_0 x$ má teda práve jeden (dvojnásobný) koreň, čo nastane práve vtedy, keď jej diskriminant $a_0^2 - 16$ bude nulový. Platí teda $a_0 = 4$ (dvojnásobným koreňom je potom naozaj *kladné* číslo 2).

Ukážka úlohy a jej riešenia z krajského matematickej olympiády kategória A: Daný je rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB a bod P vnútri jeho výšky z vrcholu C. Priamka AP pretína kružnicu opísanú trojuholníku ABC v bode Q rôznom od A. Rovnobežka so základňou AB vedená bodom P pretína rameno BC v bode R. Dokážte, že polpriamka QR je osou uhla AQB.

Riešenie 1:

Z rovnobežnosti PR a AB a zo zhodnosti obvodových uhlov BAQ a BCQ v kružnici k opísanej trojuholníku ABC vyplýva zhodnosť uhlov RPQ a RCQ. Body P, R, Q a C teda ležia v tomto poradí na jednej kružnici, t. j. štvoruholník $PRQC$ je tetivový.

V kružnici opísanej štvoruholníku $PRQC$ sú zhodné obvodové uhly PQR a PCR.



Uhol PCR je však tiež zhodný s uhlom PCA, lebo v rovnoramennom trojuholníku leží výška z hlavného vrcholu na osi vnútorného uhla. Napokon s prihliadnutím na zhodné obvodové uhly ACB a AQB v kružnici k dokopy dostávame

$$|\sphericalangle PQR| = |\sphericalangle PCR| = \frac{1}{2}|\sphericalangle ACB| = \frac{1}{2}|\sphericalangle AQB|,$$

a preto polpriamka QR je osou uhla AQB, ako sme mali dokázať.

Ukážky úloh z Matboja:

Úloha 3.12: Aké sú posledné dve číslice čísla $7^{7^{7^7}} - 1$?
Výsledok: 42

Úloha 3.10: Koľko deliteľov čísla 2020^{2020} má presne 2020 deliteľov?
Výsledok: 54

Ukážky úloh z Náboja:

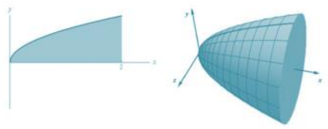
Úloha 51. Určte počet možností, ako položiť aspoň jedného kráľa na šachovnicu 3×11 tak, že žiadni dvaja králi sa navzájom neohrozujú.

Dvaja králi sa neohrozujú, ak nie sú postavení na políčkach susediacich hranou alebo rohom.

Výsledok. 132 290

Krúžok vysokoškolská matematika (vhodné pre 3.-4. ročník štvorročného a 4.-5. päťročného štúdia) sa na našej škole vyučuje najdlhšie. Zo všetkých už spomínaných krúžkov mal aj najvyššiu účasť žiakov. Zúčastňujú sa ho žiaci, ktorí majú záujem študovať na rôznych typoch prírodovedných, technických, či ekonomických vysokých školách, predovšetkým v zahraničí. Venujeme sa tam okruhom matematiky, ktoré nie sú súčasťou štátneho vzdelávacieho programu, no žiaci sa s nimi stretnú v základných kurzoch na vysokej škole - Limita postupnosti, limita funkcie, diferenciálny a integrálny počet, komplexné čísla. Chceme im týmto umožniť jednoduchší prechod na vysokoškolské štúdium.

$$V = \pi \int_a^b \left(f(x)\right)^2 dx$$



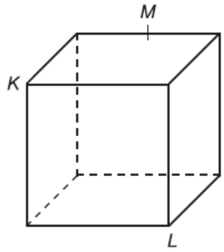
Ďalšie stretnutie pedagogického klubu bolo zamerané na rozbor testovania maturantov s cieľom analyzovať úroveň vedomostí zameraných na porozumenie textu, overovanie vedomostí a zručností, aplikáciu poznatkov v praktických súvislostiach a na logické myslenie. Na základe zistených nedostatkov plánujeme do nasledujúcich rokov vyvodiť opatrenia, ktoré pomôžu zistené nedostatky odstrániť alebo aspoň eliminovať. Pri rozbore sme sa sústredili na analýzu úrovne vedomostí maturantov zameraných na porozumenie textu, overovanie vedomostí a zručností, taktiež na aplikáciu poznatkov v praktických súvislostiach a na logické myslenie. Cieľom bolo zhodnotiť vedomosti, ale aj nedostatky vo vedomostiach a hľadať spôsoby pre ich odstránenie do budúcnosti. V tomto školskom roku na našej škole maturovalo dvadsaťšesť žiakov z oboch štvorročného aj päťročného programu. Čo sa týka celoročnej prípravy na maturitnú skúšku, študenti boli rozdelení do dvoch skupín, v ktorých absolvovali seminár aj rozširujúce štúdium matematiky. V oboch skupinách boli rovnako pripravovaní v každej téme tak teoreticky, ako aj preriešením príkladov spojených s danou problematikou, po každej téme nasleduje prípravné testovanie na externú časť maturitnej skúšky, ktoré je zamerané výhradne na testové úlohy rôzneho typu a obtiažnosti spojené s prebratou témou. Čím študentov pripravujeme na hľadanie, precvičovanie a upevňovanie spôsobov riešenia rôznych úloh. Veľkou výhodou je tiež postupne nadobudnutá schopnosť dobre si rozvrhnúť čas na jednotlivé úlohy, práca pod stresom a jeho postupné zvládanie. Napriek nadobudnutiu týchto zručností, ktoré študenti oceňujú, stále pozorujeme, že výsledky samotnej externej časti sú aj tak dosť odlišné od tých, ktoré študenti dosahujú pri postupnom písaní externej časti ich maturitného testu. Všetci študenti úspešne absolvovali externú časť maturitnej skúšky. Z hľadiska obsahu testu boli naši študenti najúspešnejší v oblasti Základy matematiky.

Príklad: Na večeru má prísť 12 ľudí. Martin chce navariť tekvicovú polievku. Podľa receptu vie, že na polievku pre 4 osoby potrebuje 2,5 kg očistenej tekvice. Odpad (šupka, semená) tvorí 17 % z hmotnosti neočistenej tekvice. Koľko kilogramov neočistenej tekvice potrebuje Martin na polievku pre 12 ľudí?

Naopak najnižšiu úspešnosť dosiahli žiaci v oblasti Stereometria.

Príklad: Do kocky je vpísaná guľa. Koľko percent objemu kocky tvorí objem danej gule?

Príklad: Daná je kocka s dĺžkou hrany 6 cm. Body K, L sú vrcholy kocky a bod M leží v strede hrany kocky tak, ako vidíte na obrázku. Rez kocky rovinou KLM je štvoruholník. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto štvoruholníka.



Príklad: Výška kužeľa sa rovná priemeru jeho podstavy. Určte pomer obsahu podstavy tohto kužeľa k obsahu jeho plášťa.

(A) $1 : \sqrt{5}$

(B) $1 : \sqrt{3}$

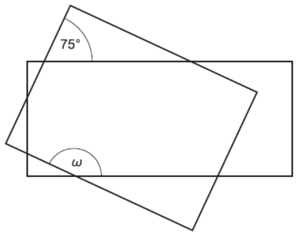
(C) $1 : 5$

(D) $1 : (1+\sqrt{5})$

(E) $1 : \sqrt{2}$

V jednotlivých úlohách, aj v tých najľahších, podcenením úlohy prichádzalo k zbytočným chybám ako pri prepise mocniny z menovateľa zabudnuté znamienko mínus, čo samozrejme viedlo k nesprávnemu výsledku, aj keď postup bol správny. V úlohe s hľadaným uhlom, šlo o jednoduchú úlohu v prípade, že si žiaci uvedomili, že je možné využiť podobnosť trojuholníkov, čím sa riešenie skrátilo na pár minút. Ak v úlohe túto možnosť nevideli, zrejme zbytočne stratili čas, prípadne úlohu ani nedorátali.

Príklad: Dané sú dva prekrývajúce sa obdĺžniky tak, ako ich vidíte na obrázku. Jeden z uhlov poznáme. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla ω.



Tretia úloha s hmotnosťou Zeme a Mesiaca by mala byť jednoznačná, problémy mohli nastať pri zápise výsledku, či nesprávnom čítaní s porozumením a tak zámene poradia veľkosti planét.

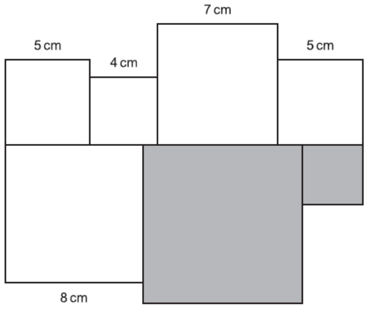
Príklad: Hmotnosť Zeme je kg a hmotnosť Mesiaca je kg. Koľkokrát je hmotnosť Zeme väčšia ako hmotnosť Mesiaca?

V úlohe so súčtom zlomkov, študenti identifikovali, že ide o geometrickú postupnosť a s využitím správneho vzorca pre výpočet súčtu n členov postupnosti, išlo o jednoduchú úlohu. Problém mohol nastať pri nesprávnom určení typu postupnosti, koeficientu, či identifikácii jednotlivých členov, najviac mohlo študentom skomplikovať prácu, ak neidentifikovali postupnosť a tak pracne hľadali súčet.

Príklad: Vypočítajte súčet $\frac{2}{50}+\frac{4}{50}+\frac{6}{50}+\ldots+\frac{48}{50}$.

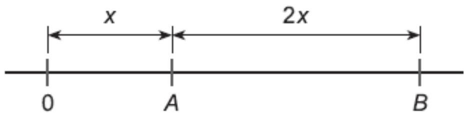
Percentá a pomer by nemali byť problémom pre študentov, keďže ide o učivo základnej školy. Jediný možný problém vnímame pri práci s kalkulačkou, kedy pri strese, môže prísť k nesprávnym výsledkom aj výborný žiak. Nasledujúca úloha so štvorcami a ich obvodom trošku potrápila tých študentov, ktorí sa sústredili na to, že potrebujú poznať presný rozmer každého štvorca individuálne, keď však pochopili že im stačí poznať súčet strán oboch štvorcov, ktorých obvod hľadajú, úloha už bola jednoznačná.

Príklad: Na obrázku je sedem štvorcov. Pri piatich z nich je uvedená dĺžka ich strany. Vypočítajte v centimetroch súčet obvodov zafarbených štvorcov.



V úlohe s absolútnou hodnotou rozdielu čísel, mohlo dôjsť k nesprávnemu určeniu hodnoty x, ak študenti zle odrátali vzdialenosť bodu B od nuly a tak aj celkovému nesprávnemu výsledku.

Príklad: Na číselnej osi je vyznačená nula a ďalšie dve neznáme čísla A a B tak, ako to vidíte na obrázku. Vieme tiež, že súčet čísel A a B je 24. Zistite absolútnu hodnotu rozdielu A a B.

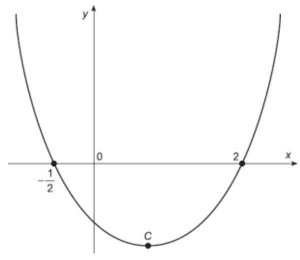


V úlohe s kockou a určením obvodu jej rezu si študenti skrátili čas výpočtu uvedomením si, že predná a zadná časť rezu sú v pomere 2:1. Kombinatorická úloha na výpočet pravdepodobnosti nerobila študentom problém, keďže ide o typickú úlohu na pravdepodobnosť.

Príklad: Do kina išli dvojičky Danka a Janka a ich kamaráti Peter, Jozef a Mária. Všetci sedeli v jednom rade na piatich sedadlách vedľa seba. Číslom z intervalu vyjadrite pravdepodobnosť, že dvojičky sedeli na susedných sedadlách.

Pri úlohe s parabolou študenti zväčša správne identifikovali kvadratickú rovnicu pomocou koreňov, problém mohol nastať pri nezmenenom znamienku, keďže jeden z koreňov bol záporný, následne s využitím symetrickosti paraboly bolo možné hneď určiť x-ovú súradnicu vrcholu.

Príklad: Na obrázku je parabola, ktorá je grafom funkcie , kde . Určte y-ovú súradnicu bodu C, ktorý je vrcholom paraboly.



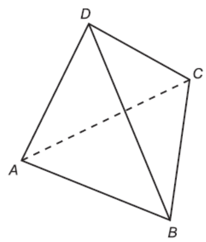
Pri určovaní úrokovej miery, keďže nešlo o zdaňovaný vklad, išlo o jednoduchú úlohu. Problémom však bolo, že si študenti nepamätali vzorec pre výpočet výnosu. Ten si šlo odvodiť logicky, no ak sa aj k nemu dopracovali, problém mohol nastať pri nesprávnom poradí matematických operácií, keďže bolo treba najprv predeliť výnos vkladom, následne odmocniť a až potom odrátať. Toto poradie operácií bolo jedným z problémových u študentov. Úloha s určovaním uhla telesových uhlopriečok je jednou z triviálnych, problémom pre študentov nebol ani tak nesprávny postup ako zaokrúhľovanie, prípadne nesprávne umocňovanie a tak nepresný výsledok.

V ďalšej úlohe mali študenti hľadať priesečník funkcie a funkcie k nej inverznej, následne určiť len y-ovú súradnicu. Keďže išlo o lineárnu funkciu, nebol problém nájsť k nej inverznú funkciu, nájdenie priesečníka tiež nie je ničím obtiažnym. V strese však mohli študenti zameniť súradnice.

Príklad: Daná je funkcia *f: y = 2x-4*. Nájdite priesečník grafu danej funkcie a grafu funkcie k nej inverznej. Do odpoveďového hárka napíšte jeho y-ovú súradnicu.

V úlohe s určovaním percent objemu kocky a gule mohol nastať podobný problém ako pri úlohe s hmotnosťou Slnka a Mesiaca, zámena poradia a tak prevrátená hodnota. Úloha s hľadaním priemeru čísel ako aj úloha o deliteľnosti čísla 6kou a 8kou so zvyškom, sú tie ktoré robia študentom problém, a zvyknú ich riešiť skôr skusmo. Na rozdiel od týchto úloh v úlohe s hľadaním kódu išlo len o vypisovanie možností, čo nebolo náročné, jedine, ak študent zabudol na niektorú z možností. Analogicky pri určovaní pravdepodobnosti hodu súčtu 14 na viacerých kockách. Úloha s rovnoramenným trojuholníkom nie je obtiažna, skôr časovo náročnejšia. V prípade, že študenti správne zapíšu strany a nie je už náročné dorátať ich dĺžky a samotný obsah. Nasledujúci príklad s určovaním veľkosti uhla vo štvorstene, mohol byť problematický, ak sa nesprávne určil priemet vrcholu do podstavy. Prípadne, ak si študenti nepamätali vlastnosti štvorstena, následne buď úlohu úplne vynechali, alebo nesprávne dorátali.

Príklad: Daný je pravidelný štvorsten ABCD. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla hrany DC a roviny ABC.



Určovanie definičného oboru funkcie je jedna z triviálnych záležitostí, ktoré študenti prerátali, určite nešlo o problematickú úlohu. Taktiež určovanie počtu ohraničených funkcií, pri správnom určení typu funkcie, išlo o jednoduchú úlohu.

Stereometrická úloha s určovaním pomeru, nie je z tých, ktoré by boli náročné pre študenta, ak tak časovo, keďže je potrebné viac rátať kým dôjdu k výsledku. Nepredpokladáme zámenu priemeru a polomeru, skôr mohol byť problém s prácou s odmocninami, keďže študenti majú tendenciu zaokrúhľovať a využívať desatinné čísla. Podobne pri úprave rovnice kružnice študenti postupovali s jej úpravou a následne po získaní polomeru, dokázali pracovať s vlastnosťami šesťuholníka. Nie všetci si však uvedomili následnosť krokov a tak nedokázali úlohu dorátať. Smernice priamok a ich zoraďovanie tiež nebolo hodnotené ako náročné, čo však študentov zmiatlo bola konštantná funkcia.

Príklad:

V rovine sú štyri priamky. Priamka p_1 je grafom konštantnej funkcie, priamka p_2 prechádza bodmi $[-4; 1]$ a $[3; 5]$, priamka p_3 je daná rovnicou $y = -x + 3$ a priamka p_4 je daná rovnicou $5x + y - 7 = 0$. Vyberte možnosť, v ktorej sú priamky p_1 až p_4 zoradené podľa hodnoty ich smerníc od najväčšej po najmenšiu.

(A) p_1, p_3, p_4, p_2

(B) p_4, p_3, p_1, p_2

(C) p_4, p_2, p_1, p_3

(D) p_3, p_4, p_1, p_2

(E) p_2, p_1, p_3, p_4

Nerovnice, či už klasické, alebo s absolútnou hodnotou, sú študentom známe, napriek tomu sa však vždy nájdu niekoľkí, ktorým robí problém určiť správne interval, buď to zabudnú na všetky možnosti, alebo zle určia nulové body.

Testové úlohy, ktoré majú zväčša tvar slovných úloh sú pre väčšinu študentov náročnejšie, preto bude potrebné viac ich zaraďovať pri príprave študentov. Stále pozorujeme ako už bolo spomínané, že výsledky externej časti maturitnej skúšky sú o niečo horšie ako výsledky, ktoré študenti dosahujú pri priebežnom testovaní s využitím tých istých maturitných testov. Vo všeobecnosti hodnotíme prípravu študentov ako dostatočnú. Naďalej budeme pokračovať v písaní maturitných testov a tak príprave študentov na formu, typy úloh, časové rozloženie úloh, prepájanie vedomostí a zvládanie stresu. Zvolený spôsob výučby a realizácie prípravy študentov vo štvrtom a piatom ročníku sa ukazuje ako efektívny a preto sa spolu s individuálnymi konzultáciami pre študentov bude naďalej využívať pri ich príprave na externú časť maturitnej skúšky.

Na pedagogickom klube v polovici júna sme hodnotili prácu členov klubu matematickej gramotnosti, prínosy a nedostatky činnosti klubu a tiež porovnávali výsledky práce so žiakmi v jednotlivých ročníkoch. V prvom ročníku bilingválneho štúdia sa stretávajú žiaci z 8. a 9. ročníka základnej školy, preto sa na začiatku školského roka viac času venuje zjednoteniu učiva – preberá a opakuje sa učivo deviateho ročníka, aby sa čo najviac zmiernili rozdiely vo vedomostiach žiakov. Na začiatku prvého ročníka štvorročného štúdia sa prvý rok opakuje učivo - pomer, trojčlenka, priama a nepriama úmernosť, úlohy z finančnej matematiky z bežného života ako výplatná páska, pokladničný blok či vypĺňanie formulárov – zaradením týchto úloh sa snažíme zvyšovať finančnú gramotnosť, aby si žiaci vedeli prečítať a porozumieť obyčajnému pokladničnému bločku alebo v budúcnosti výplatnej páske, vyplniť tlačivá s percentami, atď. Po zopakovaní učiva základnej školy sa aj v prvom ročníku bilingválnej formy štúdia pokračuje rovnakými témami ako v klasických prvých ročníkoch - pomer, trojčlenka, priama a nepriama úmernosť, úlohy z finančnej matematiky z bežného života. V prvom ročníku sa ďalej berú témy ako výrazy, výroková logika, číselné obory a riešenie rôznych typov rovníc a nerovníc. Prvý ročník bilingválneho štúdia končí pri riešení sústavy dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi. Pri štvorročnom štúdiu sa v prvom ročníku rieši aj kvadratická rovnica, všetky možné typy rovníc a sústava lineárnej rovnice s kvadratickou. Treba pripomenúť, že do 1. ročníka nastúpili žiaci z rozličných škôl s rozličnými vedomosťami, po dlhšej dobe dištančného vzdelávania a hoci v druhom polroku už pracujú na úrovni gymnázia a vedomosti získavajú svojou prácou, v prvom polroku to tak nie je a veľa čerpajú z naučeného na základnej škole. Ich výsledky v prvých ročníkoch sú porovnateľné, bohužiaľ sa stáva, že pre niektorých žiakov je prechod zo základnej školy na strednú školu náročný až nezvládnuteľný, lebo aj v tomto školskom roku sme mali dva prípady prvákov, ktorí budú musieť ukončiť prvý ročník absolvovaním opravnej skúšky z matematiky. Porovnávaním výsledkov žiakov štvorročného a bilingválneho štúdia sme zistili, že žiaci bilingválnej formy štúdia dosahujú o čosi lepšie výsledky, hoci časová dotácia v prvom ročníku bilingválneho štúdia sú dve vyučovacie hodiny, zatiaľ čo pri štvorročnom štúdiu sú to štyri vyučovacie hodiny týždenne. Žiaci bilingválnych ročníkov sú viac študijné typy, majú ciele, ktoré sa snažia dosiahnuť, zatiaľ čo na štvorročnom gymnáziu sa nám stretnú žiaci, ktorí si vybrali gymnázium len preto, lebo nevedeli kam ísť študovať. Žiaci bilingválnej sekcie sú viac tvorivejší, lepšie aplikujú získané vedomosti a prepojenia s inými predmetmi sú zreteľnejšie. V druhom ročníku sme počas vyučovania nezaznamenali výraznejší problém, azda len to, že žiaci v druhom ročníku dobiehali veľa aktivít, ktoré nebolo možné uskutočniť v prvom ročníku kvôli pandemickej situácii práve v druhom ročníku – duchovné obnovy, lyžiarsky kurz, plavecký kurz, v dôsledku čoho sa nepodarilo úplne splniť tematický plán. Časť učiva, konkrétne celú goniometriu preto presúvame do 3. ročníka. Žiaci sa v septembri vrátili do školy s tým, že sa zabudli systematicky pripravovať, veľa vecí sme akoby potrebovali natrénovať nanovo. Aj tento školský rok, hlavne v prvom polroku bol sprevádzaný častejším prerušovaním vyučovania v dôsledku karantény triedy, ale určite nie tak často, ako v predchádzajúcom roku, keď sa žiaci takmer celý rok učili dištančne. Sami žiaci uznali, že je oveľa lepšie učiť sa v škole, ako doma s počítačom. Keďže sme počas celého školského roka v rámci pedagogického klubu vytvárali učebné materiály pre žiakov z vybraných kapitol matematiky, hodnotíme používanie týchto učebných materiálov pozitívne, hlavne pri téme Planimetrie a Kombinatoriky. Bolo naozaj potrebné, či už pre komplexnosť učiva alebo rýchlejšie napredovanie zostaviť potrebný materiál, aby ho žiaci mohli používať. Najproblematickejšou oblasťou sa ukázala téma funkcie, určovanie definičného oboru, čo je tak trochu aj dôsledok nedostatočne zvládnutého učiva 1. ročníka a riešenia rovníc a nerovníc. V treťom ročníku sú žiaci vyspelejší, preto ich návrat ku klasickému vyučovaniu v škole nebol taký náročný, ako v druhom ročníku, samozrejme až na pár jednotlivcov. Tiež sme veľa pracovali s učebným materiálom pripraveným na jednotlivé témy. Žiaci tretieho ročníka píšu ročníkové práce, ktorých témy si vyberajú ešte na konci druhého ročníka, možno aj preto tretiaci skôr nabehli na systematickosť vo vyučovaní v porovnaní s druhákmi. Problematickou sa ukázala téma stereometrie, ale aj objemy a povrchy telies. Podobne ako po iné roky sme do tematického celku Analytickej geometrie nahliadli okrajovo, preto bude potrebné s budúcimi maturantami túto tému znova dobrať. Ťažko povedať, či v dôsledku pandémie koronavírusu, keď boli žiaci izolovaní doma, alebo z iných, možno rodinných dôvodov, či v dôsledku genetickej predispozície, máme niekoľko žiakov, viac v treťom ročníku, ktorí majú individuálny učebný plán, pretože si to vyžiadal ich zdravotný stav. Celkovo v treťom ročníku pozorujeme ťažkosti žiakov so štúdiom vyplývajúce z ich zdravotného stavu. Čo sa týka maturitných ročníkov, s maturantami sa spočiatku pracovalo dosť ťažko. Po dvoch rokoch zrušených maturít mali pocit, že to bude aj ich prípad a určite sa vyhnú záverečným skúškam. Do poslednej chvíle písomných maturít boli niektorí žiaci presvedčení, že maturovať sa nebude. Samozrejme, my učitelia sme v príprave maturantov nepoľavovali, či už by sa maturovalo alebo nie, aby boli naši žiaci pripravení a mali prehľad zo stredoškolskej matematiky, aby boli pripravení na prijímacie skúšky a štúdium na vysokej škole. Podobne ako v ostatných ročníkoch sme postupne pripravovali učebný materiál po témach, ktorý okrem teórie obsahoval dôkazové a výpočtové úlohy pre komplexnú prípravu maturantov. Maturanti boli zasiahnutí kovidovou dobou, kedy si tiež prešli značnú časť štúdia dištančnou výučbou, preto bolo potrebné niektoré témy, napríklad logaritmickú funkciu a rovnice, goniometriu a analytickú geometriu, s nimi prejsť dôkladnejšie a dôslednejšie. Napriek ich počiatočnému slabému záujmu o štúdium sa postupne rozbehli a do písomných maturít sme stihli prebrať všetky témy tak, ako bolo potrebné aj s precvičovaním testových úloh. Po písomnej časti externej formy maturity sme už viac-menej opakovali teóriu, skúšali riešiť náhodne vybrané úlohy formou ústnej odpovede. Maturanti boli pripravení na písomnú aj ústnu časť maturitnej skúšky podľa svojich možností a prípravy, ktorú tomu venovali. Čo sa týka výsledkov, písomnou formou externej časti prešlo všetkých 26 maturantov, výsledky písomnej formy boli porovnateľné s minulými rokmi. Výsledky za školu boli trochu nad úrovňou celoštátneho priemeru a málo pod úrovňou gymnázií. Priznám sa, že od niektorých maturantov sme očakávali lepšie výsledky za písomnú časť, ale určite svoju úlohu zohral stres a tretí deň písomných maturít. Ústnou časťou prešli tiež všetci maturujúci žiaci, ich odpoveď závisela od témy, ktorú si vytiahli, ale pri porovnávaní odpovedí a hodnotení sme boli nútení konštatovať, že bilingválni maturanti boli lepšie pripravení ako maturanti štvorročného štúdia. To v podstate vypovedá aj o tom, čo sme už na kluboch spomínali, že žiaci bilingválnej sekcie majú cieľ. Zo skúseností s končiacimi ročníkmi bilingválneho a štvorročného štúdia sme skonštatovali, že matematická gramotnosť v bilingválnych triedach je všeobecne vyššia a na komplexnejšej úrovni. O tom svedčí aj fakt, že tohtoroční piataci na bilingválnom gymnáziu mali jeden z najlepších priemerov v ročníku v porovnaní s ostatnými triedami, čo sa tak často nestáva. Keď mám zhrnúť takmer dvojročnú prácu pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť, vidím v nej skôr pozitíva ako negatíva. Stretávali sme sa tri pondelky v mesiaci a je nám jasné, že nebyť týchto stretnutí, určite by sme si spolu nesadli ako kolegyne a kolegovia matematiky za účelom, že sa ideme porozprávať o tom, aké materiály vytvoriť, rozobrať, čo je dobré, čo treba vylepšiť na vyučovaní, atď. Na to sú tiež zasadnutia predmetových komisií, no niekedy je problém dohodnúť sa aj na tento jeden termín. Každý z nás má svoje povinnosti a je ťažké sa zosúladiť. Preto, keďže sme vedeli presné termíny stretnutí, museli sme si vyhradiť čas a čas tu strávený využiť efektívne. Veľa sme konzultovali, analyzovali, rozoberali, porovnávali a vytvárali materiály, ktoré sme v konečnom dôsledku používali pri vyučovaní. Používanie nami vytvorených učebných materiálov sme zhodnotili ako veľmi prospešné. Keď prišlo dištančné vyučovanie, veľa sme diskutovali, ako pracovať so žiakmi, ako sa im priblížiť, sprostredkovať učivo, zamedziť podvádzaniu a opisovaniu pri písomkách, celkovo ako čo najefektívnejšie učiť na diaľku. Po skončení dištančného vyučovania sme zasa hľadali cesty, ako žiakom uľahčiť nástup na klasické vyučovanie, zohľadniť ich technické a osobné možnosti, ako zredukovať či presunúť učivo, atď. Potvrdilo sa nám, že žiakov je potrebné motivovať rozličnými spôsobmi k väčšej usilovnosti a dosiahnutiu lepších výsledkov, či už dištančnou formou alebo priamo v škole na vyučovaní. Hoci niekedy bolo veľmi ťažké zostávať po pracovnej dobe na pedagogickom klube ďalšie tri hodiny a pracovať na vytváraní materiálov či iných dôležitých veciach podľa plánu, v konečnom dôsledku hodnotíme prínos klubu pozitívne.

Posledné stretnutie pedagogického klubu bolo zamerané na analýzu vyučovania v bilingválnej sekcii, analýzu vyučovacích metód a spôsobov výučby, používaných zdrojov pre výučbu bilingválnej matematiky, ako aj hľadanie a porovnávanie rôznych metód výučby a prípravy maturantov v nasledujúcich rokoch. Časové rozdelenie vyučovacích hodín v jednotlivých ročníkoch je nasledovné: v prvom ročníku majú študenti dve vyučovacie hodiny, jednu spoločnú – celá trieda, druhú delenú do skupín, kvôli lepšiemu precvičeniu učiva a osvojeniu slovnej zásoby. V druhom ročníku je počet hodín na týždeň navýšený o jednu hodinu, v treťom a štvrtom tiež o jednu hodinu, čiže štyri hodiny týždenne. Takéto rozdelenie je vo vyšších triedach veľmi dobré, v prvom ročníku nedostatočné, keďže učivo z hodín sa nestihne dostatočne precvičiť, taktiež je to náročné tak pre učiteľa ako aj pre študenta, keďže z hodiny na hodinu si študenti nezapamätajú učivo dostatočne, pri domácej príprave, ak im nie je niečo jasné sa skoro vzdajú a tak efekt z vyučovania je minimálny. V rámci možností riešime tieto medzery a problémy s neuchopením učiva doučovaním po vyučovaní, študentom je tiež ponúknutý projektový krúžok pre prvý a druhý ročník, ktorý je taktiež zameraný na osvetlenie a precvičenie problémového učiva. Krúžok využívajú najmä žiaci, ktorí chcú systematicky pracovať, či vnímajú u seba problém s matematikou a logickým myslením ako takým. Doučovanie je výhodnejšie skôr pre tých, ktorí potrebujú nárazovo dovysvetliť učivo, či uistiť sa v porozumení toho prebratého. Poradie tematických celkov korešponduje s poradím tém v štvorročnom programe, avšak v prvom ročníku sa kvôli nižšej časovej dotácii končí lineárnymi rovnicami a ich využitím. Následne sa v druhom ročníku pokračuje kvadratickými rovnicami, Kombinatorikou, Výrokmi, Dôkazmi, Množinami a ukončujeme ho Planimetriou. Tretí ročník je celý zameraný na funkcie, ich vlastnosti a riešenie rovníc pri konkrétnych typoch funkcií. Posledný štvrtý ročník je venovaný Stereometrii, Pravdepodobnosti a štatistike, Postupnostiam a finančnej matematike a ukončujeme ho Analytickou geometriou. Rozloženie tém korešponduje so špirálovým spôsobom výučby, ktorý nám príde najefektívnejší, keďže učivo sa prehlbuje, prepája a buduje na už získaných vedomostiach študentov, učí ich využívať medzipredmetové vzťahy a vedomosti prepájať s bežným životom.

V posledných rokoch sú témy mierne posunuté kvôli pandemickej situácii, dištančného a hybridnému vyučovaniu, kedy nie je reálne možné odučiť a precvičiť na hodinách toľko ako na prezenčnom vyučovaní. Čo sa týka spôsobu vyučovania v bilingválnej sekcii, začínali sme výučbou v angličtine, od úplného začiatku, najmä v prvom ročníku to bolo náročné, aj keď ako sme neskôr zistili veľmi záleží od jazykovej úrovne tej ktorej skupiny, väčšina študentov, ktorí sa zvykli pripravovať aj doma, nielen domácou úlohou, ale aj precvičením slovnej zásoby, nabehla veľmi dobre. Ambicióznosť a vysoká motivácia, spolu s ľahkosťou s akou bilingválni študenti naberajú slovnú zásobu, nám len potvrdzuje, že je veľmi dobre začať hneď od začiatku vyučovať predmet po anglicky. Navyše problematika prvého polroka je študentom viac či menej známa zo základnej školy, skôr ide o zopakovanie učiva a základných pojmov, ktoré boli na každej základnej škole preberané inak a tiež mohli byť rôzne zaradené, navyše v prvom ročníku sa vždy nachádzajú žiaci z ôsmeho aj deviateho ročníka, preto je to vhodný čas na dobratie učiva, ktoré žiaci neprebrali na základnej škole, upevniť ho u tých, ktorí ho mali nedostatočne či nesprávne uchopené a tak odstrániť vedomostné rozdiely spôsobené rôznymi ročníkmi. Práve toto je najlepší čas na prirodzené uchopenie a osvojenie si slovnej zásoby priamo pri precvičovaní úloh. Celý prvý ročník vedieme v angličtine, aj keď samozrejme, ak vnímame nepochopenie učiva/pojmu, prejdeme do slovenčiny, najprv slovíčkom, no ak je potrebné aj časťou výkladu. Na konci roka je vidieť veľký posun vo vnímaní aj vyjadrovaní u študentov a prirodzené používanie slovnej zásoby. V nasledujúcich ročníkoch sú témy preberané v angličtine, pojmy vždy spomíname aj po slovensky, aj keď študenti spontánne používajú tie anglické, keďže celá výučba prebieha v angličtine. V druhom ročníku tému Výroky preberáme po slovensky, keďže ide o dôležitú časť testov SCIO, a preto vnímame ako vhodné prechádzať ju po slovensky. Následne sa slovná zásoba preberá spolu s pár úlohami na jej precvičenie po slovensky, ide skôr o preopakovanie. V slovenčine prechádzame ešte vo štvrtom ročníku úlohy a terminológiu finančnej matematiky, kde prejdeme aj terminológiu v angličtine, no kvôli lepšej orientácii na slovenskom trhu volíme slovenčinu. Ostatné témy preberáme po anglicky. Čo sa týka maturitnej skúšky, skúsili sme si už rôzne formy prípravy študentov – aj čisto v angličtine, aj kombinovanú. Vnímame kombinovanú formu prípravy maturantov ako najvhodnejšiu, keďže legislatívne je určené, že študenti absolvujú externú časť maturitnej skúšky v slovenčine, až ústna forma maturitnej skúšky je v angličtine. Preto hodnotíme tak my ako aj študenti ako najlepšiu formu viesť seminár aj rozširujúci predmet v slovenčine a pripravovať tak študentov na externú časť, ktorá je v slovenčine, kvôli tomu, že celé štúdium prebieha v angličtine, aby mali čas si zvyknúť na formulácie úloh, typy a neboli tak ukrátení ani nijako znevýhodnení oproti nebilingválnym študentom pri absolvovaní externej časti maturitnej skúšky. Témy, ktoré sú preberané v slovenčine, študenti však majú aj anglické spracovanie teórie, keďže tú už od septembra majú v písomných prácach v angličtine, kvôli tomu, že od marca po máj nevnímame ako dostatok času na prípravu na ústnu skúšku, ktorá je dosť rozsiahla. Po písomnej časti maturitnej skúšky, prechádzame na prípravu už len na ústnu formu, preto sa témy opakujú po anglicky, aj zozbierané príklady sa prerátavajú s dôrazom na vyjadrovanie v angličtine. Čo sa týka zdrojov, využívame vlastné materiály počas rokov zozbierané a vytvorené úlohy, preložené, interaktívne cvičenia na precvičovanie slovenské aj anglické. Slovenské učebnice veľmi nevyužívame, slúžia skôr na domácu prípravu študentov, ak niečomu nerozumejú, prípadne ako zdroj cvičení. V téme pravdepodobnosť a štatistika využívame ako zdroj online učebnicu bigideas, so zaujímavými textami a cvičeniami, ktoré veľmi pekne prepájajú učivo s bežným životom. Zo spätných väzieb od študentov, či už ústnej alebo písomnej, hodnotíme tento spôsob rozvrhnutia učiva a zdrojov ako vhodný a vzájomne prospešný. Študenti hodnotia prípravu na maturitnú skúšku ako dostatočnú a efektívnu. Preto plánujeme pokračovať vo zvolených formách práce a využívaní aktuálnych metód.

V priebehu rokov sme sa naučili využívať vlastné materiály, zostavovať zbierky úloh, vďaka dištančnému vyučovaniu pracovať veľa s počítačom a rôznymi internetovými stránkami. Slovenských učebníc matematiky nie je dostatok a učivo nie je zadelené podľa rozvrhnutia našich tematických celkov. Učebnice používame napríklad na domácu prípravu študentov, prípadne v škole pri zadaní samostatnej práce. Ak však chceme, aby žiaci pracovali komplexne, veľa materiálov tvoríme, preto aj v našom pláne práce na uvedený polrok boli naplánované stretnutia so zameraním na tvorbu interných materiálov. Zo spätných väzieb od študentov hodnotíme tento spôsob sprístupňovania učiva a zdrojov ako vyhovujúci a prospešný. Vyučovanie matematiky počas predchádzajúcich školských rokov si z hľadiska inovatívnych postupov priam vyžiadalo tvorbu učebných materiálov z oblastí matematiky, v ktorých absentujú učebnice, ale tiež za účelom zjednotenia obsahu a náročnosti učiva a výberu úloh. Dlhodobé dištančné vyučovanie si zas vyžiadalo okrem posielania nami vytvorených materiálov aj prácu s internetovými stránkami a interaktívnymi cvičeniami, na ktorých si žiaci mohli overiť svoje vedomosti a zručnosti z danej oblasti matematiky, ale aj zručnosti v práci s IKT technológiami. V neposlednom rade nás k tvorbe a neustálej inovácii materiálov viedla nízka motivácia žiakov o školu, či konkrétne matematiku, a to nielen po návrate do školy po skončení dištančného vyučovania, pretože toto vnímame už ako dlhodobejší problém.

U mnohých našich žiakov sa objavuje nedostatočná motivácia k učeniu, ktorá vyplýva z rozličných dôvodov – dištančné vyučovanie, nedocenená snaha žiaka podčiarknutá slabšími výsledkami, mimoškolské aktivity, spoločenská situácia, ale aj názor, že priemernosť je postačujúca. Tvorbou a používaním uvedených materiálov sme sa snažili o zvýšenie motivácie, systematickú prípravu a samostatnú prácu každého žiaka.

Pri tvorbe spoločných inovatívnych učebných materiálov sme kládli dôraz na splnenie kritérií, ktoré sme si vopred stanovili:

- motivácia a osobné skúsenosti žiakov s matematikou, resp. danou matematickou oblasťou,
- vyvážený pomer konkrétnych informácií a abstraktných pojmov,
- kombinácia úloh zameraných na praktické riešenie problémov s úlohami zohľadňujúcimi základné učivo,
- používanie názorných obrázkov, schém, grafov a náčrtov,
- jasne a presne formulované úlohy, žiaci by mali rozumieť, čo danou úlohou riešia,
- umožniť žiakom čo najčastejšiu spoluprácu, či už v škole alebo pri domácich úlohách,
- nezabúdať na otvorené problémy a úlohy,
- oceniť tvorivé riešenia, aj tie, ktoré nebudú matematicky správne, ale vedú k uvedomeniu si základných poznatkov a ich prepojeniu,
- dostatok času na riešenie.

Vytvorené učebné materiály sú digitalizované a dostupné pre všetkých učiteľov matematiky a žiakov školy prostredníctvom webovej stránky školy a stránky edupage. Zámerom je, aby takto dostupný materiál bolo možné v budúcnosti ľahko a efektívne meniť a dopĺňať. Aby aj žiaci svojimi komentármi a doplňujúcimi informáciami z iných zdrojov mohli prispieť k doplneniu materiálu. Veríme, že aj toto je spôsob, ktorý môže podporiť zainteresovanosť žiakov a ich záujem o predmet.

V diskusiách, ktoré sme počas stretnutí viedli, sme sa snažili

- zhodnotiť využiteľnosť pripravených učebných materiálov,
- porovnať ich používanie žiakmi v jednotlivých triedach v ročníku,
- zvážiť a zhodnotiť ich doplnenie alebo zjednodušenie o niektoré iné úlohy alebo teóriu.

Používanie nami vytvorených učebných materiálov pri vyučovaní matematiky sme zhodnotili ako veľmi prospešné tak pre žiakov ako aj pre učiteľov. Už sú síce aj novšie učebnice matematiky, ktoré sa dajú na vyučovaní pekne použiť, ale nie na každú oblasť existuje takáto použiteľná učebnica. V našich materiáloch sme vždy na začiatku zaradili základnú teóriu k téme, základné typové úlohy na vysvetlenie a postupne sme pridali príklady a úlohy na rozšírenie učiva. Podľa náročnosti úloh boli tieto úlohy buď pre všetkých žiakov alebo len pre vybranú skupinu tých, ktorí sa chceli téme venovať aj inak, hlbšie. Používaním týchto materiálov žiaci presne vedeli, kde sme, čo preberáme, čo sme už prebrali, čo nás ešte čaká. Mali k dispozícii materiál pre zadanie domácej úlohy a nemohli sa vyhovárať, že nedostali učebnicu. Takýto učebný materiál bol napríklad veľmi žiaduci v prvom ročníku, kde k téme Algebrické výrazy je v učebniciach len niekoľko typových úloh, ktoré určite nepostačujú na poriadne precvičenie učiva. Podobne je to s témou Výrokovej logiky, Množiny a intervaly, ale aj veľkého tematického celku Rovnice a nerovnice. V druhom ročníku hodnotíme používanie inovatívnych učebných materiálov pozitívne hlavne pri téme Planimetrie a Kombinatoriky. Tu bolo naozaj potrebné, či už pre komplexnosť učiva alebo rýchlejšie napredovanie zostaviť potrebný materiál, aby ho žiaci mohli používať. K veľkému tematickému celku Funkcie máme vcelku dobré a postačujúce učebnice Funkcie I a Funkcie II, tu sa pre potreby žiakov dopĺňali len niektoré typové úlohy. V treťom ročníku sa učebný materiál pripravoval takmer na každú tému. Veľa materiálu sme zozberali počas predchádzajúceho roka dištančného vyučovania, už bolo potrebné ho len zjednotiť. Takto sa napríklad zostavil materiál z Finančnej matematiky alebo Pravdepodobnosti a Štatistiky. V neposlednom rade sa pripravil aj súhrn tém pre maturantov, čo sme tiež hodnotili veľmi pozitívne. Boli aspoň sčasti pripravení na to, čo môžu očakávať na maturite. Negatívne sa nám zdalo to, že žiaci si materiály sťahovali a tlačili samostatne, niekedy, ak si materiál ešte nestihli stiahnuť alebo vytlačiť, nemohli pracovať, lebo materiál absentoval. Vtedy sa žiaci dožadovali používania mobilných telefónov, ale to sme nemohli dovoliť zo školského poriadku. Rozvíjať inovatívne stránky vyučovania sme sa snažili napríklad aj púšťaním krátkych videí alebo prezentácií na objasnenie či dovysvetlenie učiva alebo na spestrenie vyučovacej hodiny. Naša skúsenosť ukázala, že žiaci takúto aktivitu hodnotia pozitívne, vždy je to pre nich spestrenie vyučovania. Niekedy sme využili možnosť zadania domácej úlohy či zopakovania učiva formou interaktívnych cvičení. Tie sa dajú použiť individuálne, ale aj po dvojiciach či menších skupinách. Použitie interaktívnych cvičení sme vnímali rovnako pozitívne, pre spätnú väzbu smerom k žiakom sme kontrolovali screen shoty, ktoré nám zasielali. Výhodou interaktívnych cvičení je ich rýchla kontrola, pretože žiaci vidia výsledok práce hneď po dokončení cvičenia, a samostatnosť, nevýhodou nedostatok času, ktorý na tieto cvičenia zostáva pri klasickom vyučovaní. Interaktívne cvičenia sme najčastejšie zadávali na portáloch gymmoldava a digiškola podľa potreby. Vybraní žiaci mali možnosť inovatívneho vzdelávania a osobitného prístupu aj vďaka výberu témy ročníkovej práce z oblasti matematiky, ktorú bolo potrebné spracovať a odprezentovať jej závery pred spolužiakmi. Tiež si uvedomujeme dôležitosť stretnutí klubu so zameraním na výmenu skúseností v jednotlivých triedach a ročníkoch. Takáto analýza je prospešná tak pre nás, kolegov matematikárov, ako aj pre žiakov, lebo v konečnom dôsledku sa snažíme odstraňovať nedostatky a hľadať cesty, ako žiakom sprostredkovať matematiku po náročnom období dištančného vzdelávania, ale tiež presvedčiť ich, že matematika je potrebná tak do života ako aj spôsob úspešného zvládnutia štúdia na mnohých vysokých školách.

Záver:

Zhrnutia a odporúčania pre činnosť pedagogických zamestnancov

Pedagogický klub matematickej gramotnosti poskytol počas doby svojej činnosti jednotlivým členom priestor na výmenu skúseností z vyučovacích aktivít a z využívania moderných didaktických postupov a metód poskytujúcich inovácie vo vzdelávaní. Svoju činnosť v tomto polroku zameral na prípravu inovatívnych spoločných interných materiálov pre vybrané tematické celky maturitného ročníka gymnázia. Materiály sú určené pre učiteľov a žiakov na štvorročnej i päťročnej forme štúdia a majú zefektívniť prácu učiteľa na hodine, aj prípravu študentov na vyučovanie. Snahou pedagogického klubu bolo aj odstraňovanie nedostatkov zistených v procese kontroly úrovne vedomostí formou testovania. Vzhľadom na nevyrovnanosť výsledkov v jednotlivých rokoch v EČ MS sme sa snažili inovovať formy a metódy prípravy študentov na písomnú aj ústnu časť MS na predmetoch Rozširujúca matematika a Seminár z matematiky. Zo stretnutí pedagogického klubu pre nás vyplývajú nasledovné závery: Niekoľkoročné skúsenosti ukazujú, že testové úlohy robia nielen maturantom výrazný problém, preto si myslíme, že je potrebné začať s riešením testových úloh už v nižších ročníkoch. V dnešnej dobe digitálnych technológií je dostupnosť žiakov k rozličným materiálom naozaj bezproblémová. Žiaci majú prístup k starším maturitným testom aj s kľúčom správnych odpovedí, rôznym interaktívnym cvičeniam, učebným materiálom aj s vysvetlenou teóriou, je len potrebné, aby mali snahu si tieto materiály vyhľadať a pracovať s nimi. Maturantom odporúčame navštevovať projektový krúžok Príprava na maturitu, kde sa riešia podobné testové úlohy, avšak nie po témach, ale komplexne jeden test ako celok. Na jednom krúžku sa test rieši, na druhom sa robí jeho komplexná analýza, kde sa vysvetľujú súvislosti, čo je tiež dobrá príprava na zvládnutie maturitného testu. Je dôležité, aby členovia klubu aj naďalej úzko spolupracovali, vytvárali a inovovali študijné materiály. Vynakladať neustále maximálne úsilie pri príprave maturantov z matematiky na písomnú aj

ústnu formu maturitnej skúšky a zaradzovať niekoľko vyučovacích hodín simulujúcich ústnu maturitnú skúšku z matematiky.	
11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Mgr. Andrea Petrovská
12. Dátum	1.7.2022
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	RNDr. Pavol Petrovský
15. Dátum	2.7.2022
16. Podpis	